

THÈSE

présentée à l'Université de Nancy 1

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

par

G. HUYET

MODÈLE MATHÉMATIQUE DE LA FRAGMENTATION
AU COURS DU BROUAGE DES MINÉRAIS.

SON APPLICATION PAR LA DÉTERMINATION DES FONCTIONS
SÉLECTION ET BROUAGE À PARTIR DE CARACTÈRES PHYSIQUES.

Soutenue le 14 Juin 1974, devant la Commission d'examen :

MM. J. BOLFA	Président
A. BENEDETTO	Rapporteur
P. BLAZY	Examineur
R. HOUPERT	Examineur

THÈSE

présentée à l'Université de Nancy 1

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

par

G. HUYET

MODÈLE MATHÉMATIQUE DE LA FRAGMENTATION
AU COURS DU BROYAGE DES MINÉRAIS.
SON APPLICATION PAR LA DÉTERMINATION DES FONCTIONS
SÉLECTION ET BROYAGE À PARTIR DE CARACTÈRES PHYSIQUES.



Soutenue le 14 Juin 1974, devant la Commission d'examen :

MM. J. BOLFA	<i>Président</i>
A. BENEDETTO	<i>Rapporteur</i>
P. BLAZY	<i>Examineur</i>
R. HOUPERT	<i>Examineur</i>

THÈSE

présentée à l'université de Nancy

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

par

G. HUYET

MODÈLE MATHÉMATIQUE DE LA FRAGMENTATION

AU COURS DU BROYAGE DES MINÉRAUX

SON APPLICATION PAR LA DÉTERMINATION DES FONCTIONS
SÉLECTION ET BROYAGE À PARTIR DE CARACTÈRES PHYSIQUES



Leiden le 24 Juin 1924

RECEVU
LE 24 JUIN 1924
BIBLIOTHÈQUE
UNIVERSITAIRE
LEIDEN

Avant d'aborder la présentation de ce travail, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont guidée dans sa préparation.

Tout d'abord, mes remerciements iront à la Direction Générale du Bureau de Recherches Géologiques et Minières qui a permis la réalisation de cette étude, et en particulier à la Direction du Service Géologique National.

J'adresse ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur BLAZY, directeur de l'Ecole Nationale Supérieure de Géologie Appliquée de Nancy, qui a bien voulu accepter de diriger mes recherches et m'apporter ses conseils.

Mes remerciements iront aussi à Monsieur le Professeur BOLFA qui me fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je veux exprimer ici ma sincère reconnaissance à Monsieur BENEDETTO, chef du département Minéralurgie du Service Géologique National (BRGM) pour les encouragements qu'il m'a prodigués tout au long de cette recherche.

Je tiens à remercier Monsieur HOUPERT, responsable du Centre de Recherches sur la mécanique des roches et des sols (ENSGAN) pour ses conseils et les essais qu'il a fait effectuer pour cette étude.

Enfin, je voudrais associer à ces remerciements, le personnel du Bureau de Recherches Géologiques et Minières qui a contribué à la réalisation de ces travaux.

S O M M A I R E

	<u>P a g e s</u>
RESUME	
<u>CHAPITRE PREMIER</u> : Introduction	1
<u>CHAPITRE DEUXIEME</u> : Aptitude à la fragmentation caractérisée par la transformation granulométrique de l'entrée à la sortie du broyeur	5
2.1. Etude bibliographique des modèles mathématiques décrivant la transformation granulométrique de l'entrée à la sortie du broyeur	6
2.2. Processus de différenciation des fonctions "sélection" et "broyage"	11
221. Mise au point de la méthode opératoire de dissociation des fonctions "sélection" et "broyage"	11
222. Essais systématiques de l'opération quartage + tamisage	15
223. Conclusions	23
2.3. Présentation du modèle	24
2.4. Résultats des vérifications effectuées sur minerais réels	30
241. La méthodologie concernant le processus de dissociation des fonctions "sélection" et "broyage"	30
242. Détermination de l'exposant " γ "	34
243. Résolution du modèle	34
244. Vérification	34
245. Exemple d'application	38
2.5. Simplification du modèle et application pratique	40
251. Lois simplificatrices	40
252. Application à l'utilisation pratique	44
<u>CHAPITRE TROISIEME</u> : Relations entre l'aptitude à la fragmentation et la caractérisation physique des minerais	49
3.1. Etude bibliographique	50
3.2. Caractérisation physique des minerais	55
321. Détermination des caractéristiques physiques sur éprouvettes	55
322. Détermination du comportement mécanique sur gravillons	57
3.3. Exposé de la méthode de régression employée	60
3.4. Exemple d'application	66
<u>CHAPITRE QUATRIEME</u> : Conclusion	70
Bibliographie	73
Annexe : exemple d'utilisation du modèle	79

R E S U M E .

Après une brève présentation mathématique, le modèle proposé pour caractériser la transformation granulométrique entrée/sortie du broyeur, est vérifié pour un certain nombre de minerais pour ce qui concerne le broyage fin (grains de 0 à 1 mm *) .

L'expression mathématique peut s'écrire sous forme matricielle :

$$[M (x_i, t)] = \left[([B (y_j, x_i)] x t^\gamma) + ([F (y_j)] x t^{-\gamma}) \right] x [M (x_i, 0)]$$

où $[M (x_i, t)]$ = distribution granulométrique du produit
= (matrice colonne)

$[M (x_i, 0)]$ = distribution granulométrique de l'alimentation
= (matrice colonne)

$[B (y_j, x_i)]$ = matrice des fonctions de broyage
= (matrice triangle)

$[F (y_j)]$ = matrice des fonctions de sélection
= (matrice diagonale)

t = durée du broyage

γ = paramètre caractérisant le minerai .

Il est montré ensuite que cette expression peut se ramener au moyen d'abaques à la connaissance de deux paramètres $F (y)$ et $B (y, x)$, c'est-à-dire une fonction de sélection et une fonction de broyage .

Une régression linéaire permet de relier chacune de ces fonctions à certaines caractéristiques physiques. Ces relations jointes aux abaques permettent donc de déterminer toutes les fonctions $F (y_j)$ et $B (y_j, x_i)$ à partir de ces quelques mesures physiques faciles à déterminer sur le tout-venant .

* Les travaux cités dans ce rapport n'ont concerné que les grains de 0 à 1 mm. Les grains de 0 à 15 mm font l'objet d'une campagne d'essais dans un broyeur quasi-industriel .

CHAPITRE PREMIER .

INTRODUCTION .

Cette recherche a pour objet de déterminer mathématiquement la transformation granulométrique de l'entrée à la sortie du broyeur puis de relier l'expression trouvée à quelques résultats de mesures physiques simples. En bref, il s'agit ici de prévoir le comportement d'un minerai au broyage à partir de sa connaissance physique .

L'étude consiste donc à déterminer un modèle caractérisant la transformation granulométrique et l'influence des caractéristiques physiques sur ses coefficients et paramètres .

Dans tout ce qui va suivre, seuls seront concernés les grains de dimensions inférieures à 1 mm c'est-à-dire le domaine du broyage fin ; des essais sont en cours dans un broyeur quasi-industriel pour les grains inférieurs à environ 15 mm, qui permettront de compléter cette recherche dans le domaine industriel (les broyages sont effectués par voie humide) .

Un appareil effectuant une fragmentation idéale travaillerait de manière spécifique, et il ne pourrait faire l'objet d'aucun modèle mathématique valable pour l'ensemble des minerais. Un broyeur opère statistiquement et la forme du modèle reste valable pour tous les minerais. Seuls les paramètres sont des caractéristiques du matériau traité .

Les minerais retenus sont actuellement exploités, leur nombre n'a été restreint que par des contingences très matérielles d'approvisionnement .

Description des minerais :

Minerai	Description minéralogique	Exploitation
A. LARGENTIERE	galène - blende gangue quartzeuse	gisement de LARGENTIERE (société minière et métallur- gique de PENARROYA)
B. VIEILLE MONTAGNE	blende - galène - pyrite - marcasite gangue carbonatée	gisement de PALLIERES (société des mines et fonde- ries de zinc de la Vieille Montagne) (Gard)
C. ANGEVILLERS	oolites ferrugineuses gangue quartzeuse + calcite	gisement de la société des mines de fer d'ANGEVILLERS) (Moselle)
E. OLETTE	fluorine gangue quartzeuse	gisement de TORRENT, PLA de GANTES et SAHORR (société COMIFLUOR) (Pyrénées Orientales)
F. DURFORT	blende - pyrite - galène gangue carbonatée	gisement de DURFORT (société des mines et fonde- ries de zinc de la Vieille Montagne) (Gard)
G. LES MALINES	blende - pyrite - galène gangue carbonatée	gisement de SAINT LAURENT LE MINIER (société minière et métallur- gique de PENARROYA) (Gard)
H. SALSIGNE	mispickel-chalcopryrite pyrrhotine gangue quartzeuse lo- calement carbonatée	gisement 15 km au nord de CARCASSONNE (société des mines et produits chimiques de SALSIGNE)
L. TERRAMONTE	galène-chalcopryrite- pyrite - marcasite gangue quartzeuse	mines de TERRAMONTE (société MITEL) (Portugal)
N. LA PLAGNE	galène - pyrite - gangue quartzeuse	gisement à MACOT (société minière et métallur- gique de PENARROYA) (Savoie)
S. LUJAR	galène-cérusite- pyrite gangue quartzo- carbonatée	mines de SIERRA de LUJAR (ORGIVA-GRANADA) (société PENARROYA-ESPAGNE) (Espagne)

Description des minerais (suite) :

Minerai	Description minéralogique	Exploitation
AA. DJEBEL AOUAM	galène - blende - chalcoppyrite - pyrrhotine gangue quartzeuse	mines de M'RIRT (compagnie minière du DJEBEL AOUAM) (Maroc)
AB. SOLDADO	chalcoppyrite-pyrite- bornite gangue : ancienne lave + carbonate	mines du SOLDADO (compagnie minière DISPUTADA de LAS CONDES) (Chili)

CHAPITRE DEUXIEME .

APTITUDE A LA FRAGMENTATION CARACTERISEE
PAR LA TRANSFORMATION GRANULOMETRIQUE DE L'ENTREE
A LA SORTIE DU BROEUR .

2.1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DES MODELES MATHEMATIQUES DECRIVANT LA TRANSFORMATION GRANULOMETRIQUE DE L'ENTREE A LA SORTIE DU BROYEUR .

Après une recherche bibliographique approfondie, l'étude a été effectuée systématiquement pour tous les auteurs recensés, en éliminant toutefois les modèles nécessitant la connaissance de grandeurs non mesurables (largeur des particules à un moment donné, volume après rupture unique, etc...) ou appliqués au broyage d'une fraction granulométrique unique et étroite .

Tous les modèles sont basés sur la distinction des fonctions sélection (grains choisis pour rester intacts ou être broyés selon les auteurs) et broyage (grains provenant d'une fraction initiale et fragmentés en grains de dimensions inférieures).

Les principes qui sont à la base de ces modèles sont divers : bilan masse, analogie à une réaction chimique, etc.. Les variables temps et dimensions sont prises comme variables continues ou discrètes, selon les auteurs. Les équations peuvent être à paramètres globaux ou à paramètres distribués.

Parmi tous les modèles recensés, une dizaine seulement ne nécessitaient comme paramètres que des grandeurs mesurables .

Ces modèles ont été vérifiés expérimentalement et les résultats permettent de dégager les conclusions suivantes :

a) *l'analogie à une réaction chimique (dont le meilleur exemple est le modèle proposé par FREEH, HORST et KELLNER (16)) ne permet pas une prévision de la granulométrie obtenue au bout d'un temps t donné. En effet, la comparaison des distributions granulométriques calculées et mesurées (tableau A) montre que les résultats sont parfois semblables (sauf pour les grains les plus fins) mais, pour un minéral, sur une seule des durées de broyage .*

De même, les deux tests (tableau B) montrent que la prévision par rapport au temps n'est pas réalisée (les résultats pour la dernière fraction seraient cependant voisins). Ceci tient au fait que l'accroissement dX_I n'est en réalité pas proportionnel au temps ;

b) *les modèles dont le principe est un bilan masse ne sont, en général, pas vérifiés sauf celui de REID (36) avec variables temps et dimension discrètes, encore ne l'est-il que grossièrement (tableau C). Le modèle de AUSTIN et KLIMPEL (4) avec variables temps et dimensions continues qui, en faisant intervenir le nombre de révolutions du broyeur semblait intéressant, n'est absolument pas vérifié. Parmi les modèles à temps continu et dimension discrète, celui de GARDNER et AUSTIN (18) est très grossièrement vérifié (figure 1) .*

En conclusions, les modèles satisfaisants par leur théorie ne sont, en général, pas très aisément applicables .

D'autres plus empiriques permettent plutôt une explication qu'une prévision de la transformation granulométrique entrée/sortie du broyeur .

ESSAI		$\frac{dX_1}{dt}$	$\frac{dX_2}{dt}$	$\frac{dX_3}{dt}$	$\frac{dX_4}{dt}$	$\frac{dX_5}{dt}$	$\frac{dX_6}{dt}$	$\frac{dX_7}{dt}$	$\frac{dX_8}{dt}$	$\frac{dX_9}{dt}$	$\frac{dX_{10}}{dt}$	$\frac{dX_{11}}{dt}$	$\frac{dX_{12}}{dt}$	$\frac{dX_{13}}{dt}$	$\frac{dX_{14}}{dt}$
Minéral : LARGENTIERE Broyage Mars 1972 t = 60 secondes	calc.	- 0,186	0,012	0,044	0,011	0,007	- 0,045	0,026	- 0,014	0,001	- 0,007	- 0,010	- 0,004	- 0,008	0,042
	mes.	- 0,186	0,007	0,044	0,009	0,005	- 0,041	0,038	- 0,016	0,002	- 0,007	- 0,004	0,002	- 0,002	0,149
Minéral : LARGENTIERE Broyage Mars 1972 t = 120 secondes	calc.	- 0,137	- 0,050	- 0,014	- 0,007	0,005	- 0,011	0,041	-	-	-	-	-	-	-
	mes.	- 0,141	- 0,045	0,006	0,014	0,029	0,003	0,133	-	-	-	-	-	-	-
Minéral : VIEILLE MONTAGNE Broyage Mars 1972 t = 120 secondes	calc.	- 0,140	- 0,039	0,006	0,003	0,004	- 0,031	0,016	- 0,003	0,005	- 0,002	- 0,013	0,009	- 0,017	0,078
	mes.	- 0,140	- 0,043	0,007	0,001	0,004	- 0,028	0,021	0	0,009	- 0,001	- 0,008	0,012	- 0,017	0,180
Minéral : VIEILLE MONTAGNE Broyage Février 1972 t = 60 secondes	calc.	- 0,137	- 0,023	- 0,016	0,019	0,013	- 0,001	- 0,006	- 0,001	- 0,008	- 0,001	- 0,009	- 0,001	- 0,006	0,033
	mes.	- 0,109	- 0,022	0,019	0,034	0,017	- 0,002	0,004	0,007	0,003	0,001	- 0,001	0,006	- 0,003	0,073
Minéral : VIEILLE MONTAGNE Broyage Juillet-Novembre 1971 t = 80 secondes	calc.	- 0,104	- 0,044	- 0,016	- 0,003	- 0,044	0,003	0,008	- 0,002	- 0,025	- 0,004	0,012	- 0,025	0,064	-
	mes.	- 0,104	- 0,048	- 0,011	0,002	- 0,028	0,022	0,015	0,011	0,012	0,007	0,014	0,005	0,102	-
Minéral : ANGEVILLERS Broyage Avril 1972 t = 120 secondes	calc.	- 0,115	- 0,046	- 0,014	- 0,013	0,008	0,006	- 0,004	0,047	-	-	-	-	-	-
	mes.	- 0,116	- 0,055	- 0,013	- 0,002	0,026	0,024	0,005	0,127	-	-	-	-	-	-
Minéral : ANGEVILLERS Broyage avril 1972 t = 60 secondes	calc.	- 0,115	0,014	0,009	- 0,012	- 0,002	- 0,002	- 0,119	0,060	-	-	-	-	-	-
	mes.	- 0,115	0,015	0,028	0,007	0,019	0,013	- 0,006	0,039	-	-	-	-	-	-
Minéral : OLETTE Broyage Avril 1972 t = 120 secondes	calc.	- 0,149	- 0,044	0,019	0,000 ¹	- 0,003	- 0,000 ³	- 0,015	0,043	-	-	-	-	-	-
	mes.	- 0,152	- 0,031	0,040	0,016	0,013	0,013	- 0,013	0,116	-	-	-	-	-	-

T A B L E A U A :

Résultats (Freeh, Horst et Kellner) - Distributions granulométriques comparées.

Minerai LARGENTIERE vérification à t = 8 mn à partir de t = 1 mn

	$\frac{dX_1}{dt}$	$\frac{dX_2}{dt}$	$\frac{dX_3}{dt}$	$\frac{dX_4}{dt}$	$\frac{dX_5}{dt}$	$\frac{dX_6}{dt}$	$\frac{dX_7}{dt}$	$\frac{dX_8}{dt}$	$\frac{dX_9}{dt}$	$\frac{dX_{10}}{dt}$	$\frac{dX_{11}}{dt}$	$\frac{dX_{12}}{dt}$	$\frac{dX_{13}}{dt}$	$\frac{dX_{14}}{dt}$
calculé	- 1,488	0,093	0,352	0,090	0,034	0,360	0,209	- 0,114	0,008	- 0,058	- 0,078	- 0,029	- 0,061	0,222
mesuré	- 0,184	- 0,082	- 0,064	- 0,071	- 0,036	0,006	0,010	0,097	0,055	0,019	0,034	0,015	0,023	0,178

Minerai VIEILLE MONTAGNE vérification à t = 8 mn à partir de t = 2 mn

	$\frac{dX_1}{dt}$	$\frac{dX_2}{dt}$	$\frac{dX_3}{dt}$	$\frac{dX_4}{dt}$	$\frac{dX_5}{dt}$	$\frac{dX_6}{dt}$	$\frac{dX_7}{dt}$	$\frac{dX_8}{dt}$	$\frac{dX_9}{dt}$	$\frac{dX_{10}}{dt}$	$\frac{dX_{11}}{dt}$	$\frac{dX_{12}}{dt}$	$\frac{dX_{13}}{dt}$	$\frac{dX_{14}}{dt}$
calculé	- 0,560	- 0,185	0,023	0,012	0,015	- 0,124	0,065	- 0,010	0,021	- 0,006	- 0,053	0,036	- 0,070	0,266
mesuré	- 0,140	- 0,089	- 0,048	- 0,064	- 0,045	- 0,031	- 0,030	0,007	0,019	0,031	0,033	0,013	0,038	0,305

T A B L E A U B :

Essai de vérification de la prévision par rapport au temps.

Minerai : VIEILLE MONTAGNE t = 10 secondes

fraction	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
calculé	0,0547	0,0693	0,0795	0,0500	0,0487	0,0929	0,0549	0,0226	0,0416	0,0340	0,0214	0,0244	0,2090
mesuré	0,1024	0,0844	0,0923	0,0565	0,0457	0,1145	0,0752	0,0244	0,0418	0,0382	0,0244	0,0265	0,2735

Minerai : VIEILLE MONTAGNE t = 20 secondes

fraction	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
calculé	0,0501	0,0743	0,0713	0,0477	0,0517	0,1009	0,0528	0,0329	0,0393	0,0188	0,0231	0,0236	0,2059
mesuré	0,0881	0,0893	0,0828	0,0549	0,0535	0,1147	0,0636	0,0392	0,0410	0,0160	0,0224	0,0218	0,3125

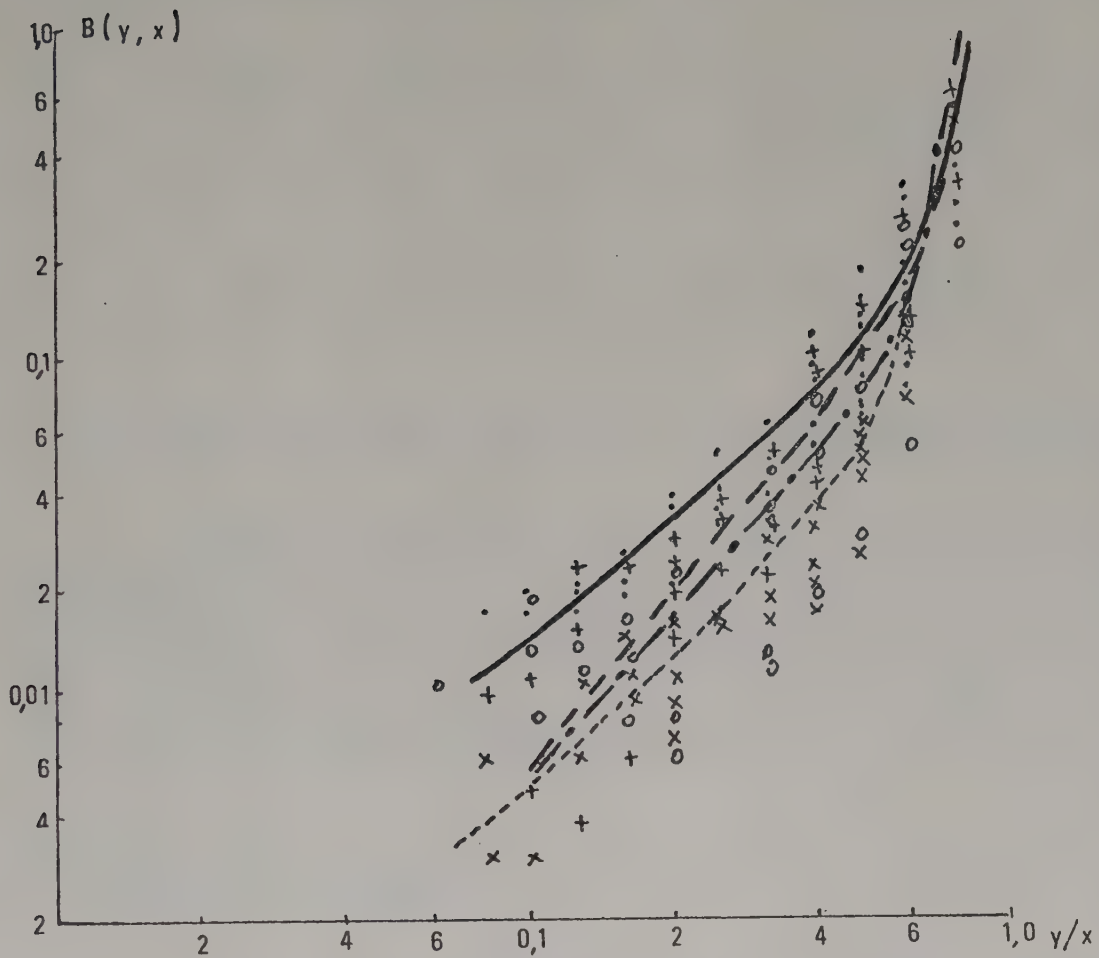
Minerai : VIEILLE MONTAGNE t = 40 secondes

fraction	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
calculé	0,0407	0,0653	0,0764	0,0517	0,0504	0,0527	0,0619	0,0347	0,0423	0,0358	0,0381	0,0291	0,2159
mesuré	0,0586	0,0772	0,0934	0,0624	0,0529	0,0567	0,0879	0,0449	0,0543	0,0418	0,0470	0,0321	0,2907

Minerai : VIEILLE MONTAGNE t = 80 secondes

fraction	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
calculé	0,0337	0,0505	0,0669	0,0589	0,0543	0,0841	0,0568	0,0358	0,0309	0,0351	0,0465	0,0459	0,1889
mesuré	0,0333	0,0495	0,0802	0,0744	0,0604	0,1033	0,0744	0,0429	0,0348	0,0401	0,0575	0,0216	0,3275

T A B L E A U C



$t_1 = 0$

— . — $t_2 = 80$ secondes — — — + $t_2 = 40$ s
— . — o $t_2 = 20$ s - - - - - x $t_2 = 10$ s

FIGURE 1 :

Modèle de GARDNER et AUSTIN

Vérification de $\log B(y, x) = a \log y/x$

2.2. PROCESSUS DE DIFFERENCIATION DES FONCTIONS SELECTION ET BROYAGE .

La rupture d'assemblages de particules dans un appareil de comminution se décompose en deux processus :

- dans un premier stade, la machine qui doit fractionner les particules en choisit une proportion qui n'est pas broyée. La découverte d'une fonction décrivant ce phénomène revient à comprendre comment la machine opère, c'est la fonction " de sélection " ,
- le reste des particules est broyé dans une voie régulière, la proportion des particules de chaque dimension formées par la fragmentation est décrite par une fonction " de broyage " .

Ces deux fonctions "sélection" et "broyage" dépendent du mode de fragmentation et de la nature de l'assemblage de particules envisagé .

Il est à noter cependant que la fonction "sélection" ainsi mise en évidence n'existe en théorie que parce que, par tamisage, les fractions granulométriques ne sont pas aussi étroites qu'il ne faudrait. En effet, un grain dont la dimension est comprise entre les tamis de 0,8 mm à 1 mm par exemple peut, après broyage, se retrouver dans cette même fraction alors qu'il a été quelque peu usé ou qu'il a perdu des angles vifs dans l'opération. Il n'est pas théoriquement évident qu'un grain échappe suffisamment aux boulets pour rester rigoureusement intact .

221. MISE AU POINT DE LA METHODE OPERATOIRE DE DISSOCIATION DES FONCTIONS "SELECTION" et "BROYAGE" .

Pour déterminer ces deux fonctions, il est nécessaire, pour une fraction granulométrique donnée du produit de broyage, de déterminer ce qui provient des fractions supérieures par fragmentation et ce qui est resté imbroyé dans la fraction. La première idée était de marquer la tranche en question par des radioisotopes mais deux inconvénients l'ont rendue inapplicable : tout d'abord la contamination éventuelle et imprévisible des fines, et ensuite la difficulté de marquer les éléments qui entrent dans la composition des minerais à étudier soit du fait de leur période trop faible, soit du fait d'une trop grande radioactivité due aux impuretés et nécessitant des précautions incompatibles avec le mode opératoire du broyage .

La plupart des auteurs ont souvent considéré que la descendance d'une fraction granulométrique ne dépendait pas de l'environnement mais de la nature de la fraction. En poussant le raisonnement à l'extrême, une fraction de galène, par exemple, se fragmenterait de la même manière dans un environnement de corindon que dans un environnement de talc, ce qui n'est pas évident a priori. Cette hypothèse résout bien des problèmes pour la création de modèles et, en particulier, permet à certains auteurs de n'étudier que le broyage de fractions étroites et non de populations réelles de grains.

Il est cependant beaucoup plus réaliste de penser que puisque la fraction ne représente en général que 10 % du total c'est l'environnement au contraire qui conditionne la descendance de la fraction envisagée .

Pour vérifier cette hypothèse, des essais de broyage ont été effectués pour un même minerai sur une population normale de grains et sur une population dont une fraction a été remplacée par de la magnétite . Les résultats des distributions granulométriques sont consignés à la figure 2 .

Les populations de grains étaient constituées soit de minerai de L'ARGENTIERE soit de minerai de VIEILLE MONTAGNE .

La comparaison des courbes granulométriques (— courbe de l'environnement avec la fraction considérée remplacée par la magnétite , ... courbe de l'environnement avec la fraction de même nature) est représentée à la figure 2 pour les analyses 1, 2, 4, 5 et 8 (les broyages de l'environnement avec les fractions de même nature n'ayant pas été effectués pour les autres analyses) . Les courbes sont, dans la plupart des cas, identiques. La méthode est donc possible, pour suivre la descendance d'une fraction à l'intérieur de l'environnement de remplacer la fraction par de la magnétite par exemple .

Il n'est cependant pas toujours possible soit de récupérer la magnétite (si le minerai contient des produits attirables à l'aimant) soit, pour un broyage semi-industriel, de réunir une assez grande quantité de magnétite pure .

Si la descendance de la fraction ne dépend que de l'environnement et si, par contre, l'hypothèse est faite que le broyage de l'environnement ne dépend pas de la présence de la fraction, il peut être envisagé de suivre la descendance de la fraction par différence. Soient, en effet, une population de grains complète et une population tronquée de la fraction en question. Si ces deux alimentations sont broyées dans les mêmes conditions, la descendance de la fraction sera donnée par la différence des deux distributions granulométriques obtenues .

Le tableau D montre une assez bonne similitude entre les résultats mesurés de la descendance de la fraction matérialisée par la magnétite, et les résultats calculés d'après la différence entre les deux distributions granulométriques. Il est évident que si le temps de broyage est très court, la descendance ne sera suivie que sur quelques fractions inférieures à la fraction envisagée, la valeur du pourcentage de la fraction descendant dans les fins étant inférieure aux erreurs faites sur les analyses granulométriques et sur les deux tout-venant de broyages qui ne peuvent être parfaitement identiques (voir chapitre 222) .

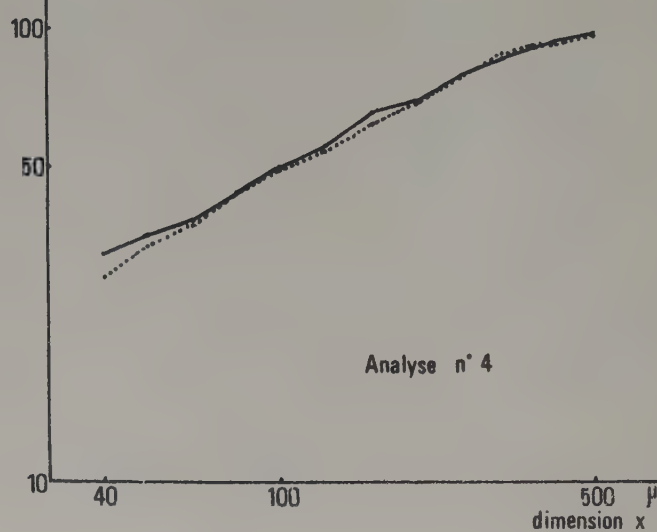
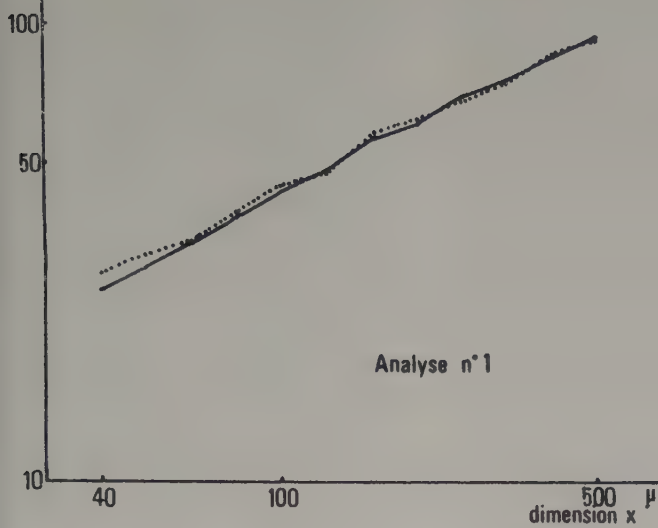
Figure 2

Comparaison des courbes granulométriques des produits avec fraction de magnétite (—) ou de même nature que l'environnement (-----)

Poids% en passés cumulés à la dimension x

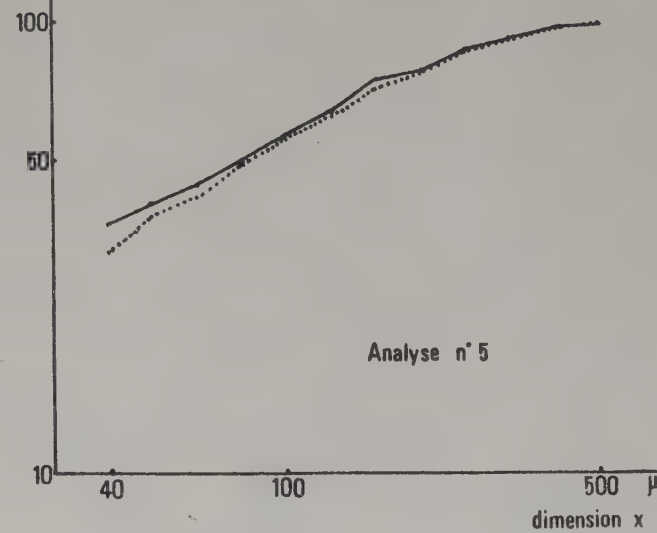
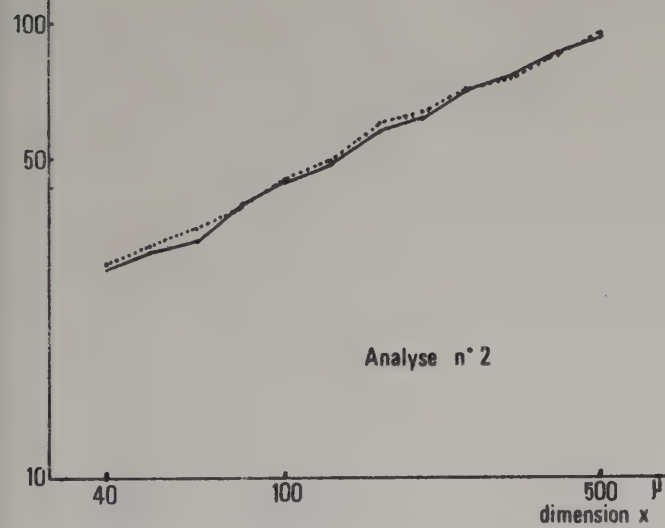
Poids% en passés cumulés à la dimension x

13



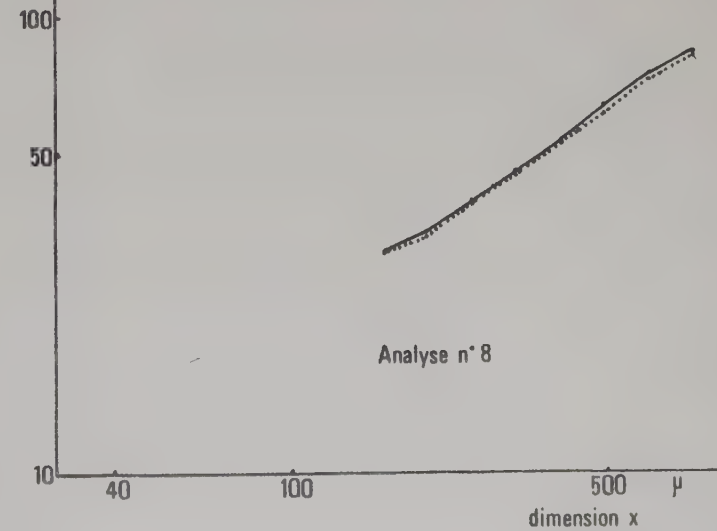
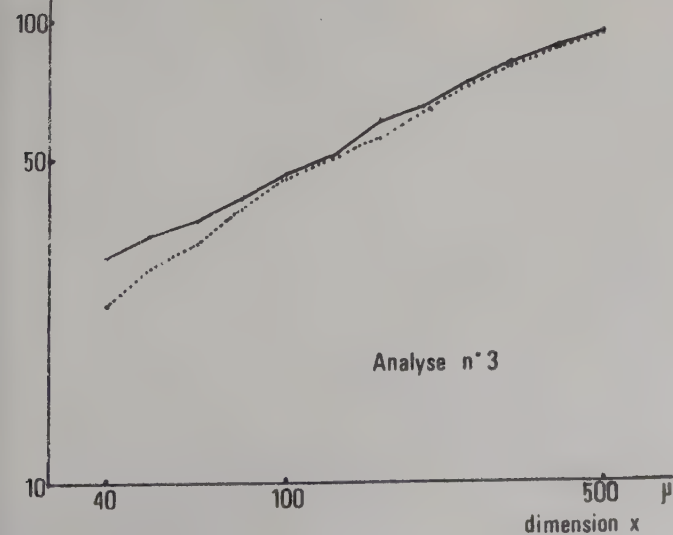
Poids% en passés cumulés à la dimension x

Poids% en passés cumulés à la dimension x



Poids% en passés cumulés à la dimension x

Poids% en passés cumulés à la dimension x



Environnement	MINERAI DE LA VIEILLE MONTAGNE										MINERAI DE L'ARGENTIERE									
	0,200 à 0,250 mm										0,500 à 0,630 mm									
	10 sec.		20 sec.		40 sec.		80 sec.		160 sec.		10 sec.		10 sec.		15 sec.		10 sec.		10 sec.	
B(y, x)	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
+ 0,800	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,800	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,630	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,500	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,400	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,315	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,250	4,2	4,7	4,0	4,8	3,6	4,1	3,1	2,5	2,0	2,8	5,7	6,2	0,1	0,0	0,1	0,0	0,1	0,0	0,1	0,9
0,200	2,3	2,4	2,4	2,5	2,4	2,5	2,1	2,0	1,5	1,3	2,2	1,8	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1	0,0
0,160	1,4	1,1	1,4	1,3	1,5	1,7	1,5	1,6	2,3	1,8	0,7	0,6	0,2	0,2	0,2	0,8	0,1	0,5	0,1	1,5
0,125	0,3	1,6	0,3	0,4	0,4	0,7	0,5	0,6	0,8	1,5	0,2	0,5	-	-	-	-	-	-	-	-
0,100	0,1	- 0,6	0,2	- 0,2	0,2	- 0,2	0,3	0,3	0,6	0,7	0,1	0,5	-	-	-	-	-	-	-	-
0,080	0,1	- 0,9	0,1	1,0	0,1	0,0	0,2	0,2	0,4	0,5	0,1	1,4	-	-	-	-	-	-	-	-
0,063	0,1	1,5	0,1	- 0,9	0,1	- 0,3	0,1	0,2	0,2	0,5	0,1	- 0,7	-	-	-	-	-	-	-	-
0,050	0,1	- 0,1	0,1	- 0,1	0,1	- 0,1	0,1	- 0,5	0,2	0,4	0,1	0,1	-	-	-	-	-	-	-	-
0,040	0,1	- 1,1	0,1	0,7	0,2	1,9	0,5	0,5	0,9	- 1,1	0,3	0,4	-	-	-	-	-	-	-	-
Analyses	1	2		3	4		5		6		7		8		9					

Les figures 3 et 4 représentent les analyses granulométriques en passés non cumulés (distributions de fréquences) des fractions mesurées par la descendance de la magnétite et ... calculées par différences des deux distributions. Pour des temps courts, les courbes se suivent sur trois fractions y compris la fraction envisagée, le nombre de ces fractions pour lesquelles les courbes sont voisines augmente jusqu'à être complètement confondues pour, par exemple, l'analyse n° 4 (160 sec.) .

La réalisation pratique de la méthode de recherche des fonctions sélections et broyages va nécessiter des opérations à des temps t , kt ... Il faudra donc que le broyage au temps kt soit bien équivalent à k fois les broyages au temps t .

L'expérience a été réalisée en broyeurs de laboratoire de façon suivante (pour $t = 1$ mn et pour $t = 10$ mn) .

Une alimentation en fluorine d'Olette a été divisée en trois parties égales :

- 1°) un broyage de durée t a été effectué sur une fraction, le produit ayant été tamisé a subi à nouveau un broyage de durée $t \rightarrow$ produit 1 ;
- 2°) une deuxième fraction a été broyée pendant un temps $2 t \rightarrow$ produit 2 ;
- 3°) une troisième partie a été broyée durant un temps t puis à nouveau pendant une durée t (après arrêt du broyeur) $\rightarrow$ produit 3 .

La figure 5 donne la représentation des courbes granulométriques (diagrammes de fréquences des distributions) pour les trois produits. Pour un temps $t = 1$ mn, elles sont confondues. Pour un temps $t = 10$ mn, elles sont légèrement différentes .

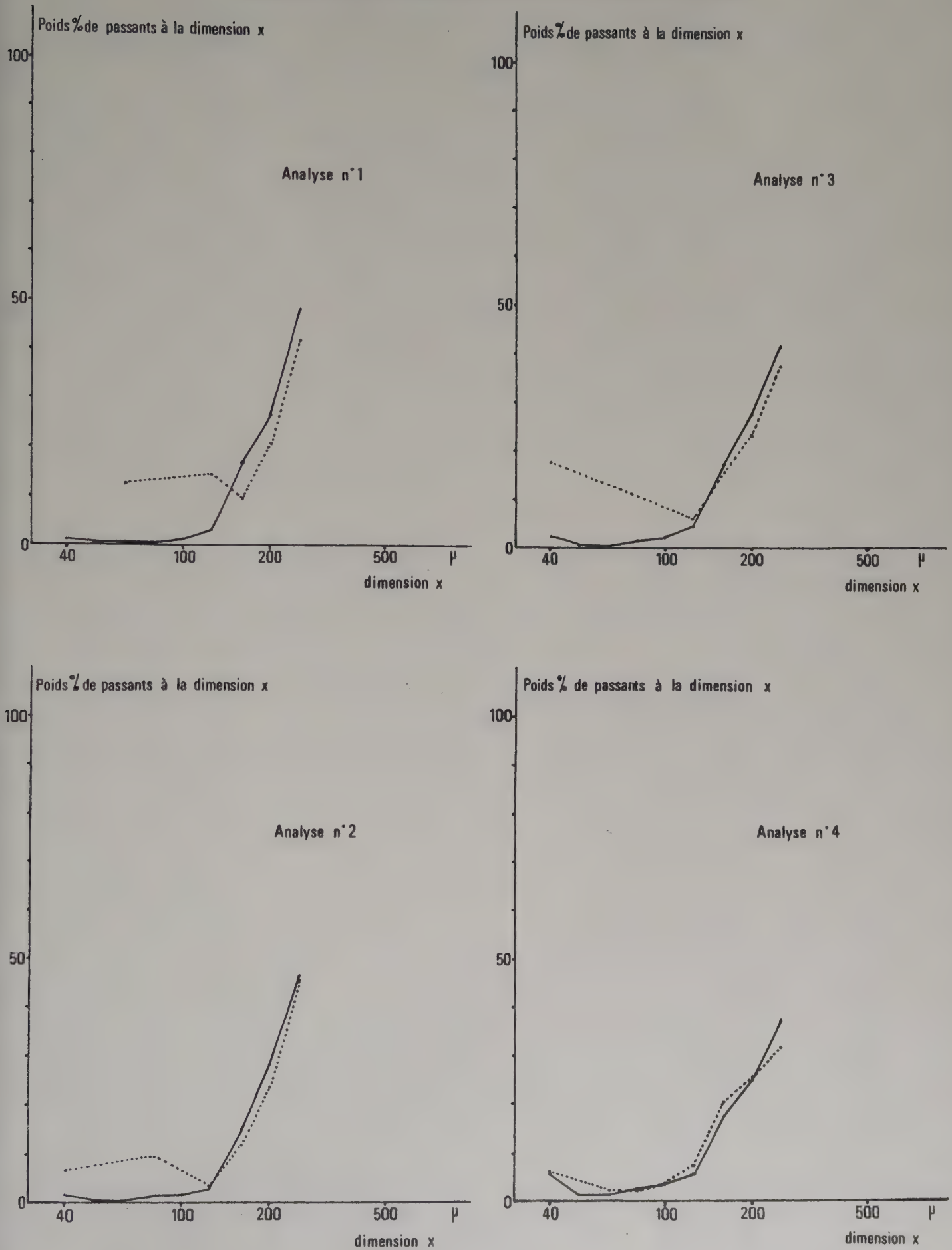
Deux facteurs expliquent ces différences : une plus grande proportion de fines peut entraîner une plus mauvaise reproductibilité des tamisages et un temps aussi important avec ce broyeur voit se produire des variations de vitesses. Toutefois, les différences apparaissant sur la figure 5 sont acceptables .

222. ESSAIS SYSTEMATIQUES DE L'OPERATION QUARTAGE + TAMISAGE .

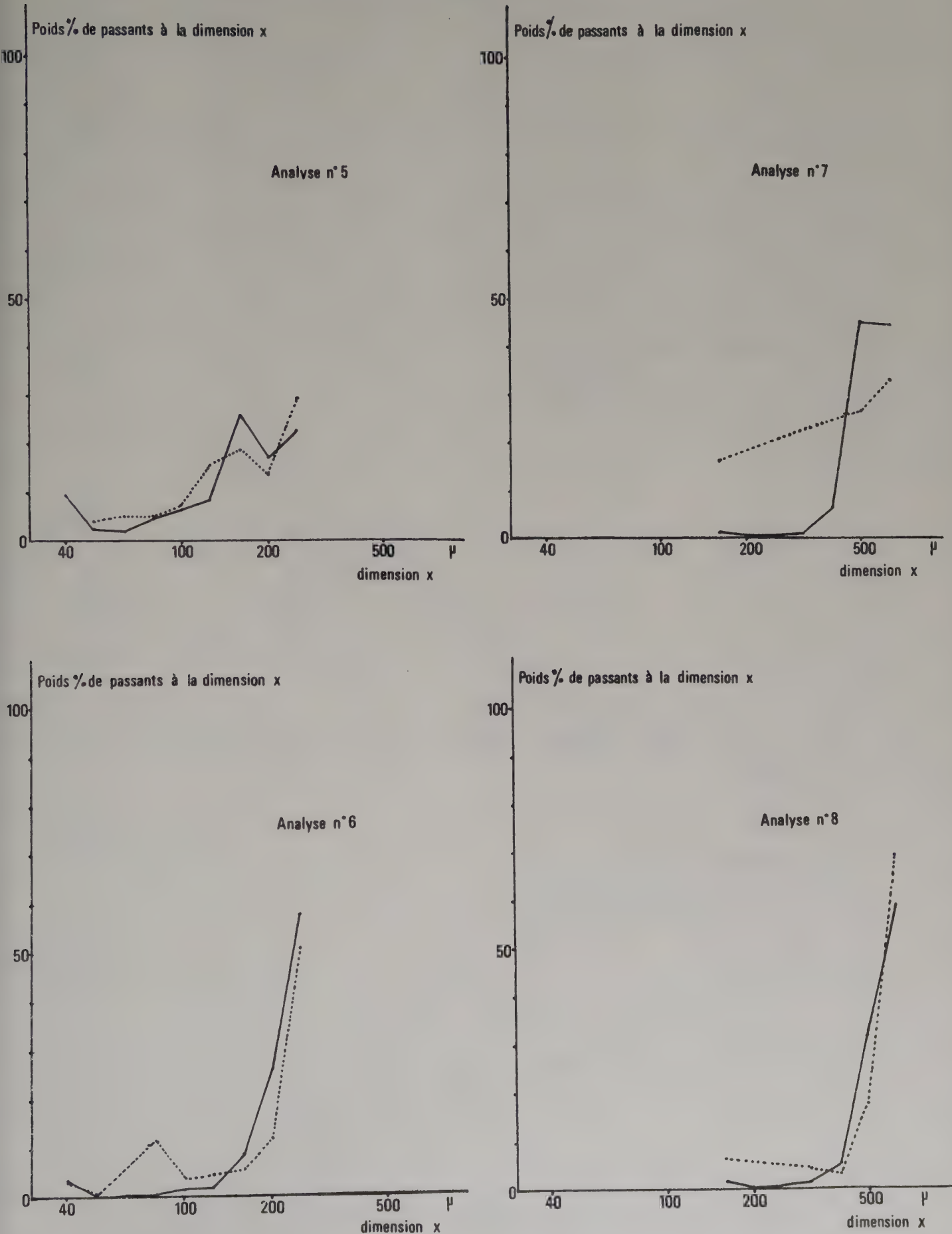
Deux problèmes vont se poser lors de la détermination des fonctions sélection et broyage : il faudra effectuer d'une part deux broyages sur des produits qui devront être identiques alors qu'ils seront en réalité constitués de fractions obtenues par quartage à partir d'un échantillon, d'autre part des tamisages équivalents sur ces deux produits .

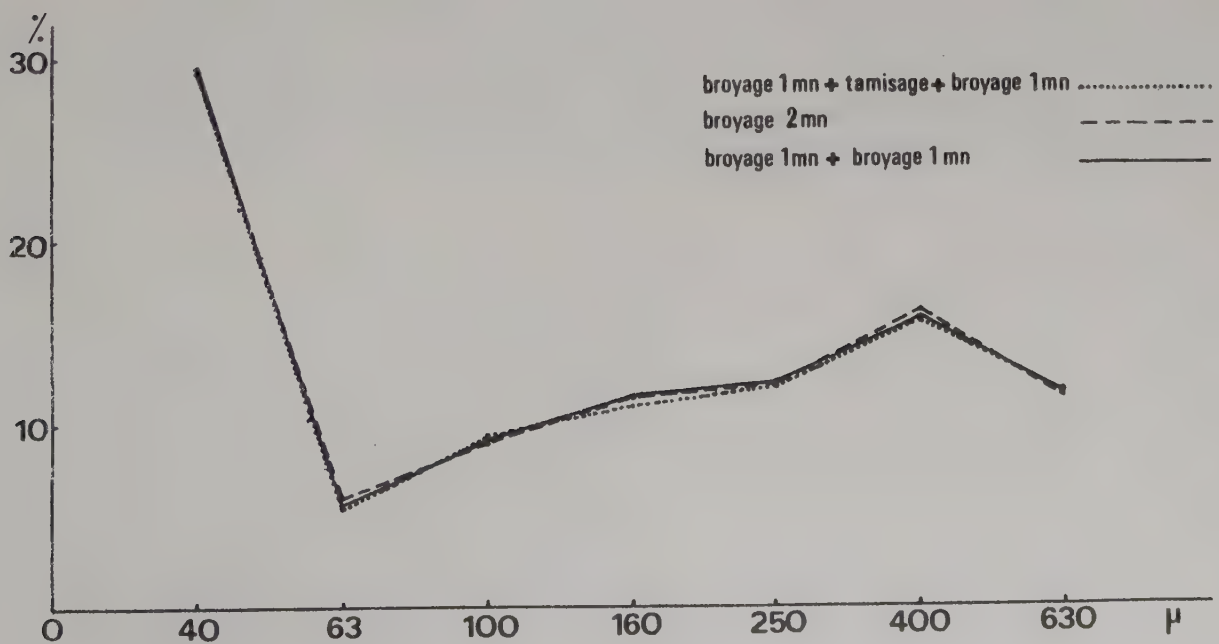
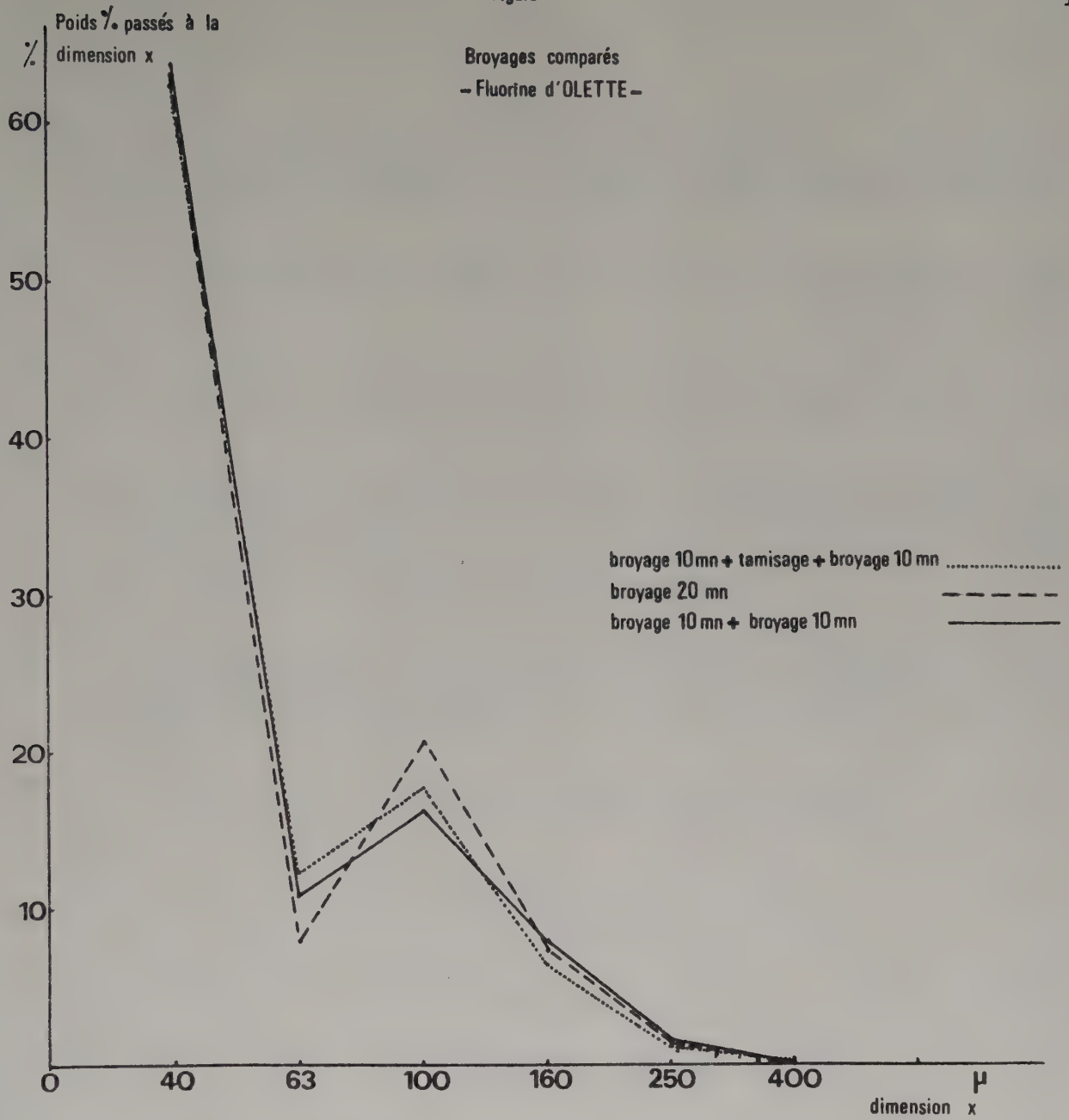
C'est donc dans cette optique qu'ont été prévus les essais suivants pour déterminer quelles sont les conditions opératoires optimales. Deux minerais ont ainsi été étudiés : le minerai de fer d'Angevillers et le minerai de fluorine d'Olette qui ont des comportements très différents au tamisage .

Comparaison des courbes granulométriques des fractions mesurées et calculées



Comparaison des courbes granulométriques des fractions mesurées et calculées





Pour chaque minéral, cent kilos ont été broyés à - 1 mm puis quartés en fractions de 940 g. C'est sur ces échantillons que sont effectués les essais .

Les produits sont tamisés aux ultra-sons, en huit campagnes d'essais .

La conclusion de ces essais est donc le choix du mode opératoire de tamisage pour les essais de descendance mentionnés au chapitre 2.4.

Les figures 6 a à 7 d montrent que le tamisage à 1 mm, tamis secoué, est le plus satisfaisant puisque l'écart entre les courbes extrêmes est le plus faible, ce mode opératoire étant, d'autre part, préférable car il est important de ne pas laisser trop longtemps le produit aux ultra-sons pour éviter un broyage parasite .

D'autre part, il faut noter que les courbes relatives à des fractions de même poids sont, en général, voisines ou confondues. Il y a , évidemment, une différence entre le tamis travaillant avec 470 g et un tamis travaillant avec 58 g .

Les figures des tracés des courbes sont les suivants :

————	fractions de 470 g
-----	fractions de 235 g
—:—	fractions de 117 g
.....	fractions de 58 g .

La figure 8 montre l'écart maximal entre les courbes pour les deux minerais. Il s'agit des fractions de 235 g. Cet écart maximal est 1 % donc inférieur à la différence entre les distributions dans la méthode de distinction des fonctions sélection et broyage. Ceci prouve donc que cette méthode est valable puisque l'erreur absolue est la même que celle faite au cours des opérations de quartage et de tamisage .

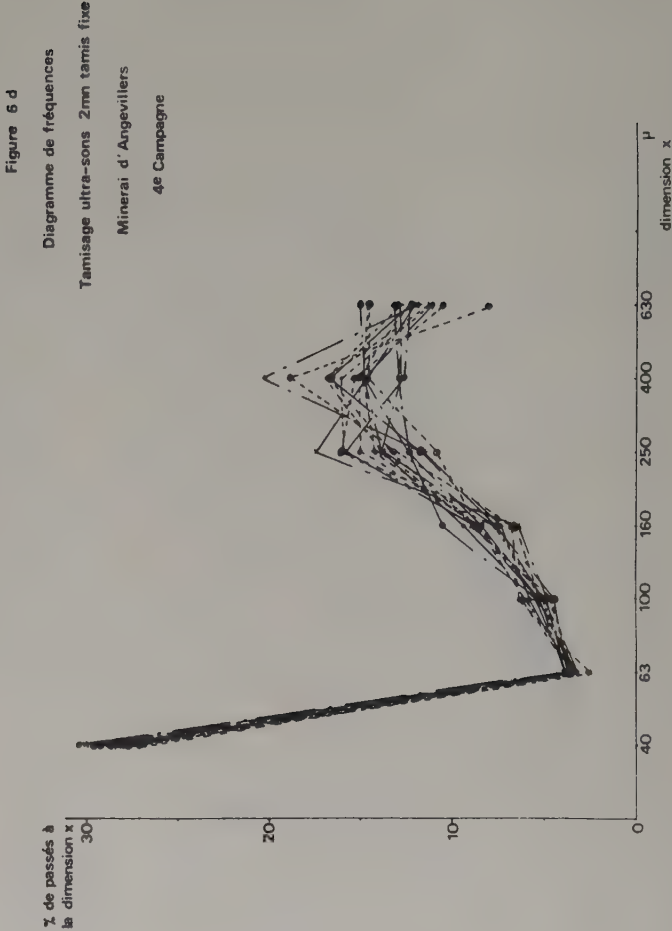
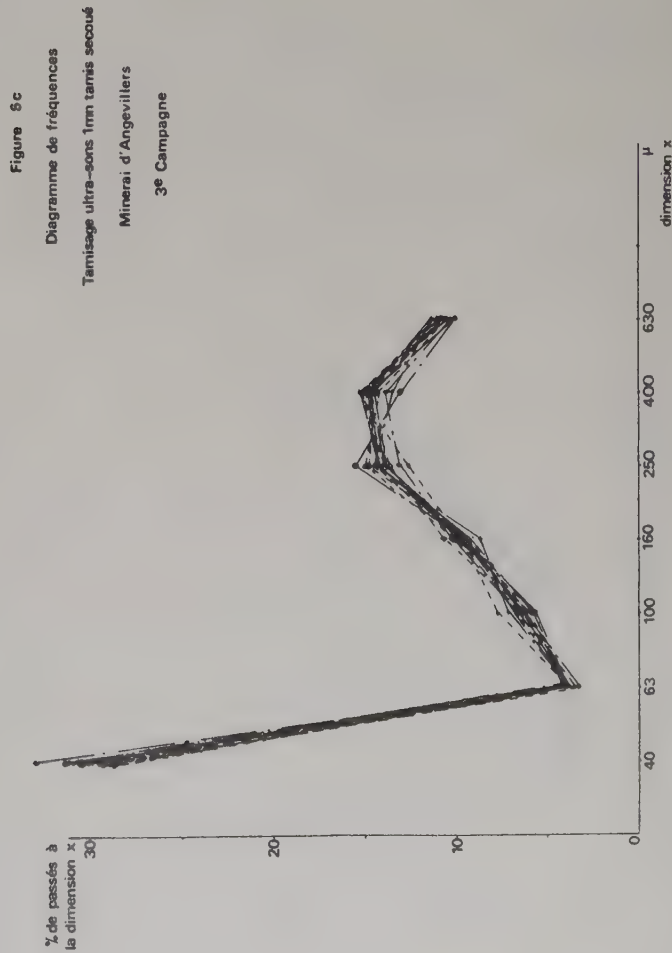
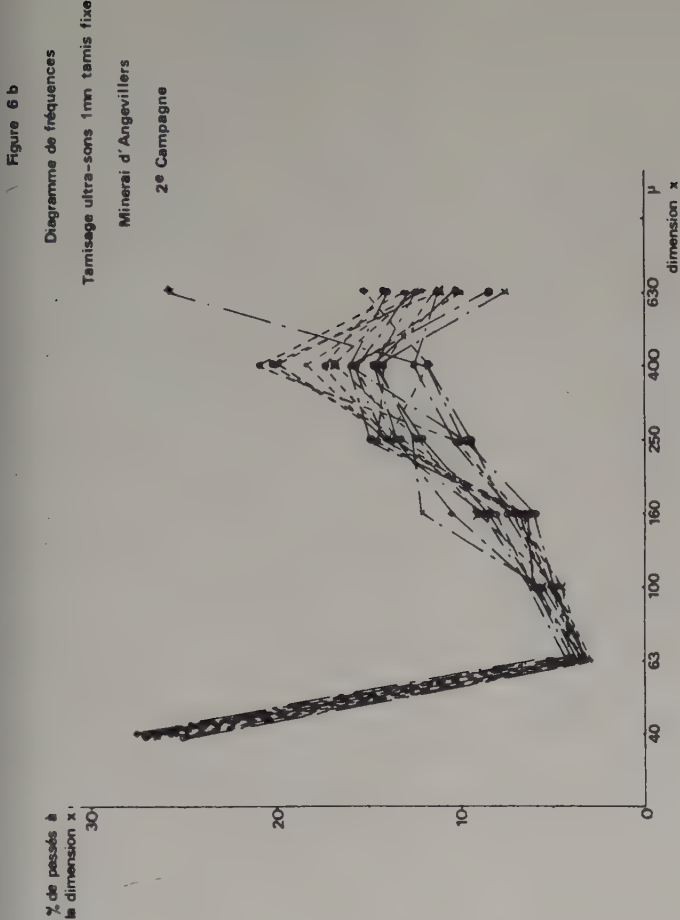
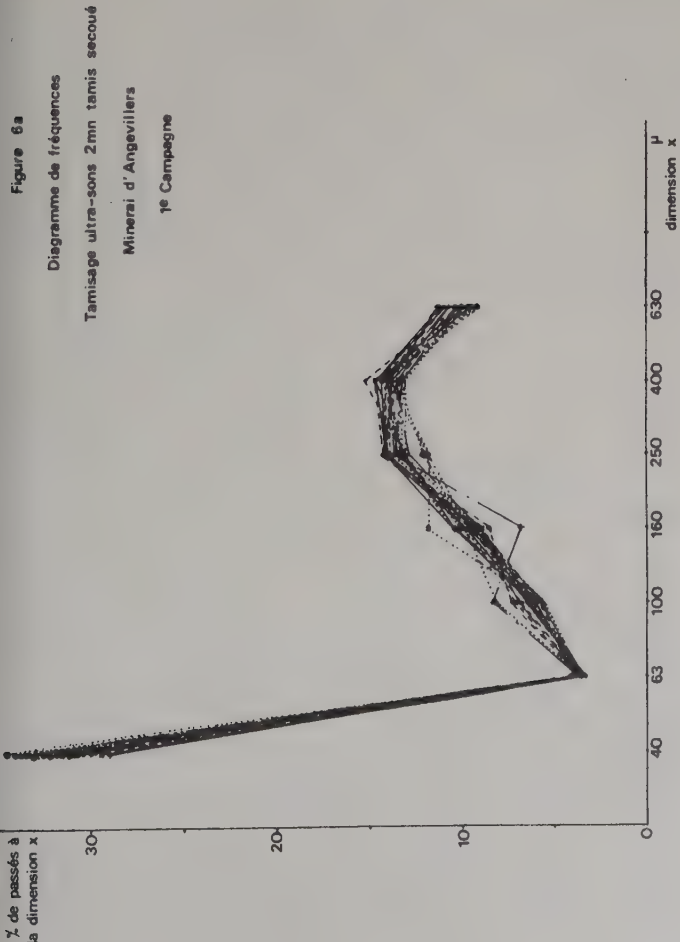


Figure 7 a

Diagramme de fréquences
Tamisage ultra-sons 1mn tamis secoué
Fluorine d'Olette
5^e Campagne

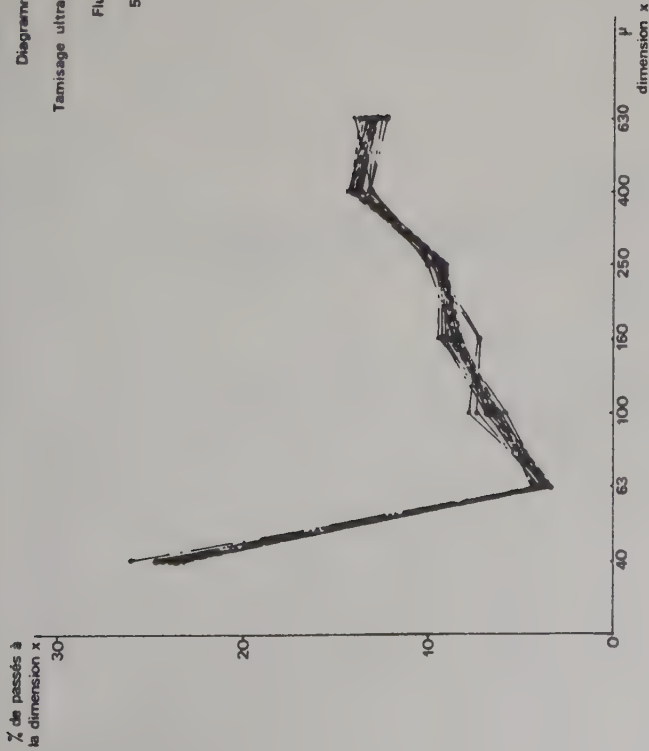


Figure 7 b

Diagramme de fréquences
Tamisage ultra-sons 2mn tamis secoué
Fluorine d'Olette
6^e Campagne

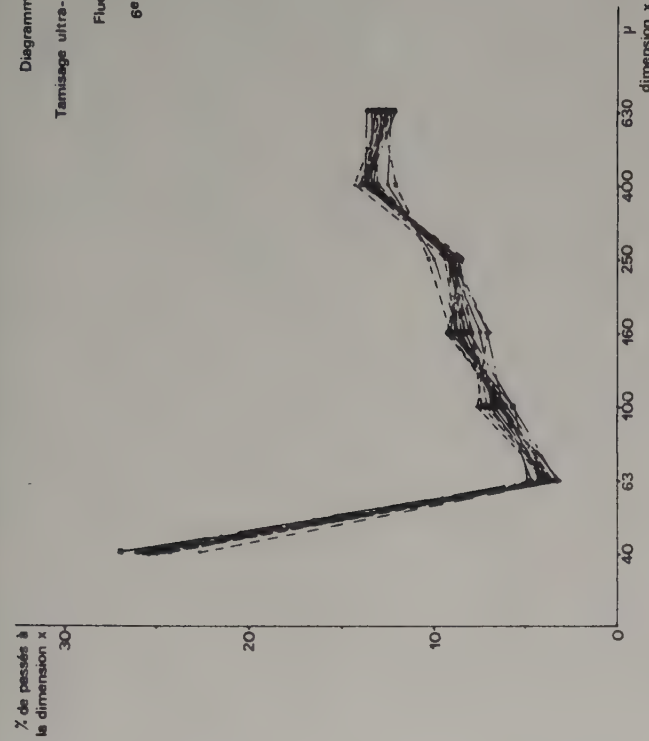


Figure 7 c

Diagramme de fréquences
Tamisage ultra-sons 1mn tamis fixe
Fluorine d'Olette
7^e Campagne

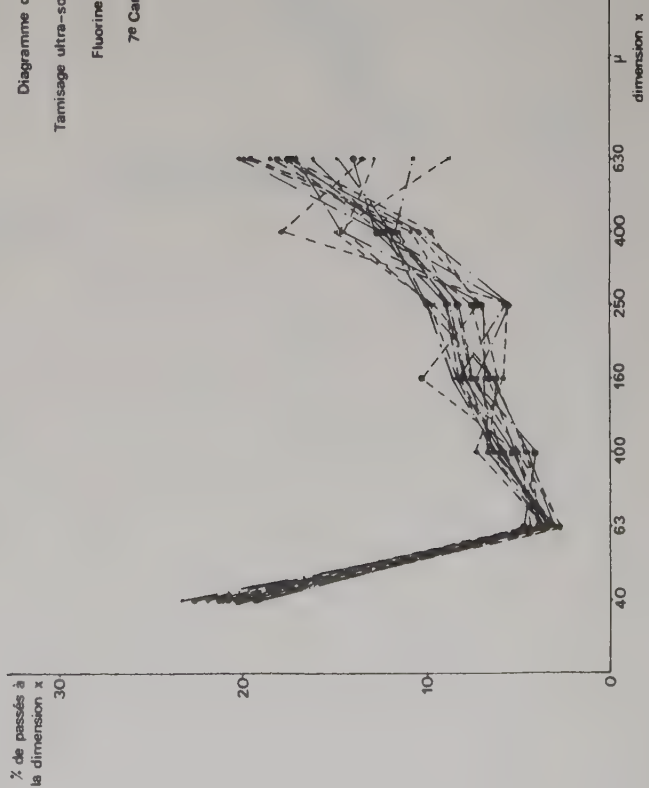
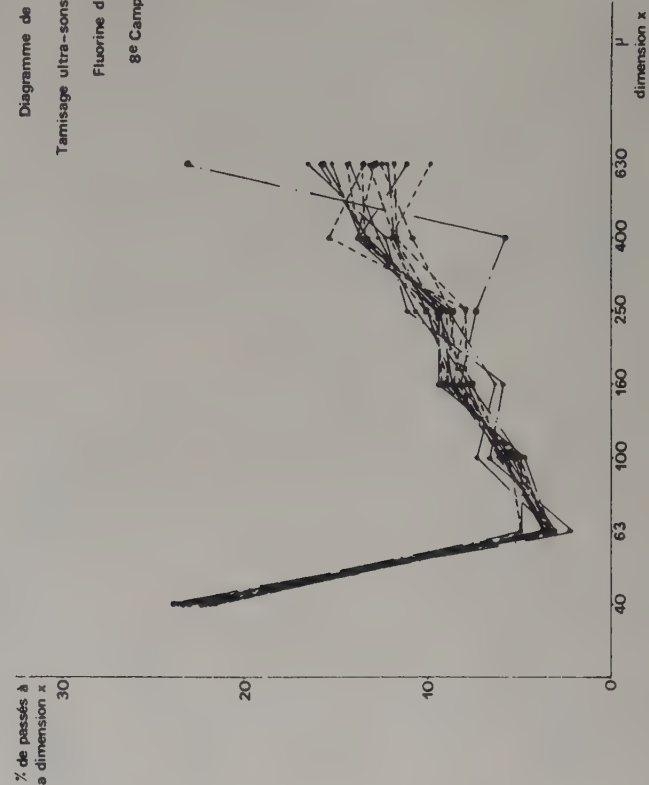


Figure 7 d

Diagramme de fréquences
Tamisage ultra-sons 2mn tamis fixe
Fluorine d'Olette
8^e Campagne



% de passés à
la dimension x

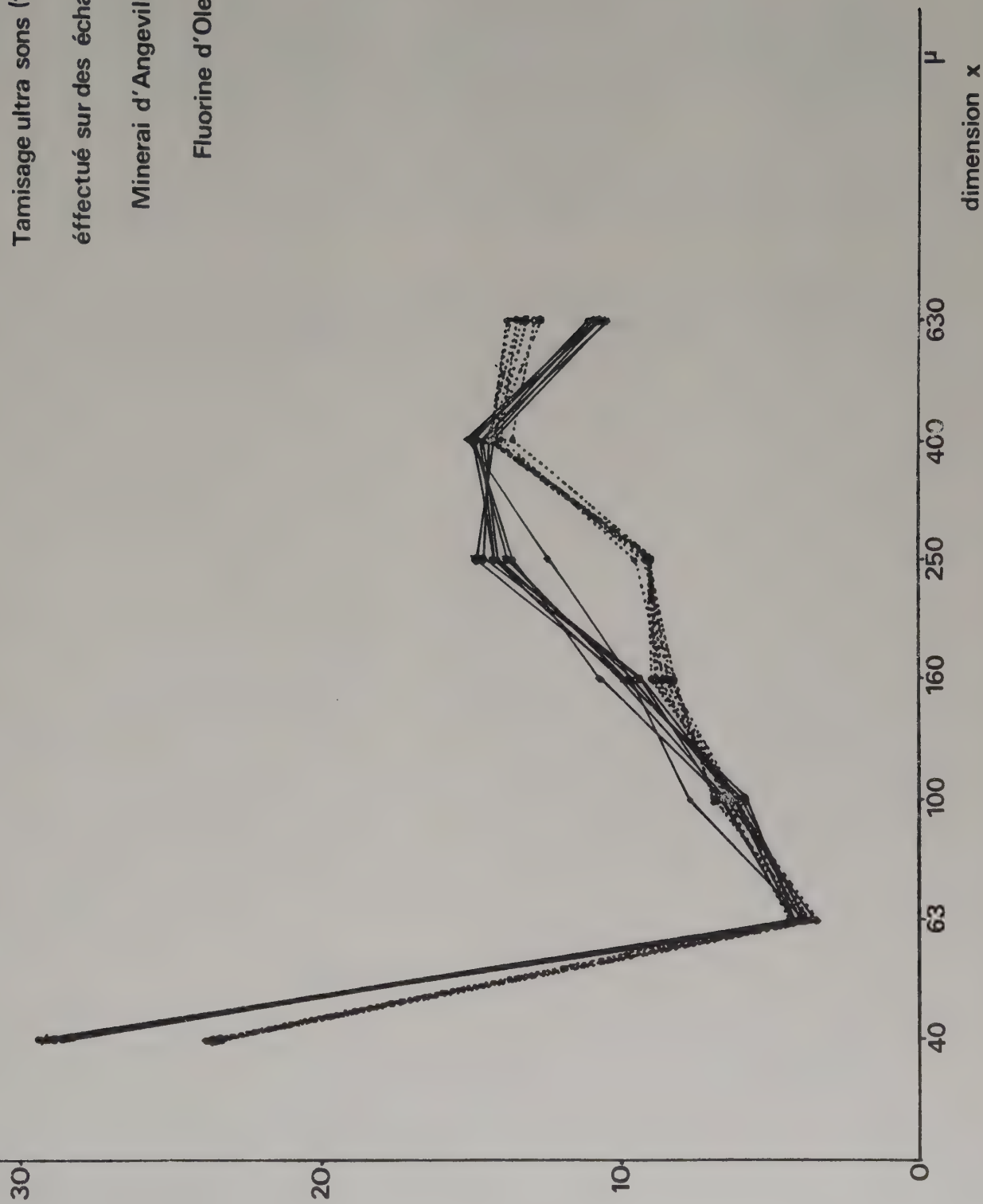
Figure 8

Diagramme de fréquences

Tamisage ultra sons (1mn tamis secoué)
effectué sur des échantillons de 200 g

Minerai d'Angevillers : figuré —

Fluorine d'Olette : figuré



223. C O N C L U S I O N S .

Les conclusions de cette partie de la recherche sont :

- le broyage d'une fraction est conditionné par son environnement ; ceci est une conclusion très importante tant au point de vue broyage dans un broyeur à boulets qu'au point de vue prospective. En effet , il est préférable d'orienter des études de broyeurs nouveaux sur des types de broyeurs travaillant grain par grain ;
- il est possible de déterminer les fonctions en remplaçant la fraction considérée par un matériau facilement séparable (magnétite, par exemple) ;
- il est également possible de suivre la descendance d'une fraction par soustraction entre le broyage d'une alimentation complète et d'une alimentation tronquée de la fraction considérée .

2.3. PRESENTATION DU MODELE .

La plupart des relations existantes, exprimant l'énergie (ou la durée de broyage) en fonction de la réduction granulométrique, proviennent d'une seule et simple proposition empirique. Bien que cette équation puisse être prouvée par l'observation et l'expérience, aucune démonstration théorique n'a encore pu être énoncée .

Cette proposition s'exprime ainsi

$$dE = -C dx / x^n \quad (1)$$

où dE = variation d'énergie
 C = constante
 dx = variation de dimension
 x = dimension de l'objet
 n = constante .

A la condition que les minerais suivent la loi de SCHUMMANN (38) qui s'énonce :

$$y = 100 (x / k)^\alpha \quad (2)$$

(y = % de passant cumulé à la dimension x ;

k = module de dimension et α = module de distribution de la distribution granulométrique d'un produit broyé) ,

à cette condition donc, R.J. CHARLES (12) a proposé un développement à cette équation :

Si $y = f(x)$ est l'équation qui décrit la distribution granulométrique et si elle est reliée à l'équation (1), l'énergie nécessaire à réduire un élément de poids dy de la dimension x_m à la dimension x sera :

$$dE_1 = \int_{x_m}^x -C dx_1 / x_1^n (dy) \quad (3)$$

L'énergie totale nécessaire pour réduire un certain poids de matériau à partir de la dimension x_m est alors :

$$E = \int_0^E \int_0^{100} dE_1 dy$$

d'où :

$$E = \int_{x_0}^k \int_{x_m}^x (- C dx_1/x_1^n) dy \quad (4)$$

En dérivant l'équation (2) il vient :

$$dy = \left[\frac{100^\alpha}{k^\alpha} x^{\alpha-1} \right] dx$$

En portant cette valeur dans l'équation (4) :

$$E = \int_{x_0}^k \int_{x_m}^x (- C dx_1/x_1^n) \left(\frac{100^\alpha}{k^\alpha} x^{\alpha-1} \right) dx$$

soit :

$$E = \frac{C\alpha}{n-1} \left[\frac{k^{\alpha-n+1}}{\alpha-n+1} - \frac{k^\alpha}{\alpha x_m^{n-1}} - \frac{x_0^{\alpha-n+1}}{\alpha-n+1} + \frac{x_0^\alpha}{\alpha x_m^{n-1}} \right]$$

Pour les matériaux suivant la loi de SCHUMMANN $x_0 \rightarrow 0$. D'autre part, x_m est grand par rapport à k donc le terme :

$$\frac{1}{\alpha x_m^{n-1}} \rightarrow 0$$

L'expression peut alors être mise sous la forme :

$$E = A k^{(1-n)} \quad (5)$$

où :

E = énergie dépensée pour la seule fragmentation

A = constante

n = constante de l'équation (1)

k = module de dimension .

L'équation (5) peut être mise sous la forme :

$$k = \frac{A'}{A} t^{\frac{1}{1-n}} \quad (6)$$

si $E = A't$ (t = durée de broyage, cette proportionnalité a été vérifiée par différents auteurs et elle est très communément admise).

Pour déterminer cette matrice de transfert, il faut analyser ce qu'il advient de chaque fraction granulométrique de l'alimentation en formulant deux hypothèses au départ :

- * la dimension des grains décroît ou reste égale mais ne s'accroît pas ;
- * pour chaque fraction, des grains resteront intacts (c'est la fonction de sélection $F(y)$) ; d'autres seront broyés et descendront dans les fractions inférieures (c'est la fonction de broyage $B(y, x)$) .

Ces deux hypothèses étant admises, l'opérateur de la transformation sera fonction :

- 1°) d'une matrice dite de " broyage " concernant les grains qui, provenant des fractions initiales y_j sont parvenues aux fractions x_i . Cette matrice sera de la forme "triangle" du fait de la première hypothèse et désignée par $[B(y_j, x_i)]$;
- 2°) d'une matrice dite de " sélection " concernant les grains qui, provenant des fractions y_j ont eu la chance de rester intacts. Cette matrice sera de la forme " diagonale " ;
- 3°) du temps : il a été montré expérimentalement que les différentes fonctions de broyage $B(y_j, x_i)$ suivaient bien une loi de la forme de l'équation (7) et les exposants γ ont pu être déterminés graphiquement (exemple de deux minerais figure 9). De même, il a été montré que la fonction de sélection suive une loi de la forme de l'équation (7) mais avec un exposant négatif puisque plus la durée de broyage augmente, moins il reste de grains intacts dans la fraction y_j .

Les matrices se présentent ainsi :

$$\begin{aligned}
 B(y_j, x_i) &= \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ B(y_1, x_2) & 0 & & & \\ B(y_1, x_3) & B(y_2, x_3) & 0 & & \\ B(y_1, x_i) & B(y_2, x_i) & \text{----} & B(y_j, x_i) & 0 \\ B(y_1, x_k) & B(y_2, x_k) & \text{----} & B(y_j, x_k) & \text{----} & B(y_n, x_k) \end{bmatrix} \\
 F(y_j) &= \begin{bmatrix} F(y_1) & & & & \\ & F(y_2) & & & \\ & & \text{---} & & \\ & & & F(y_j) & \\ & & & & \text{---} & F(y_n) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

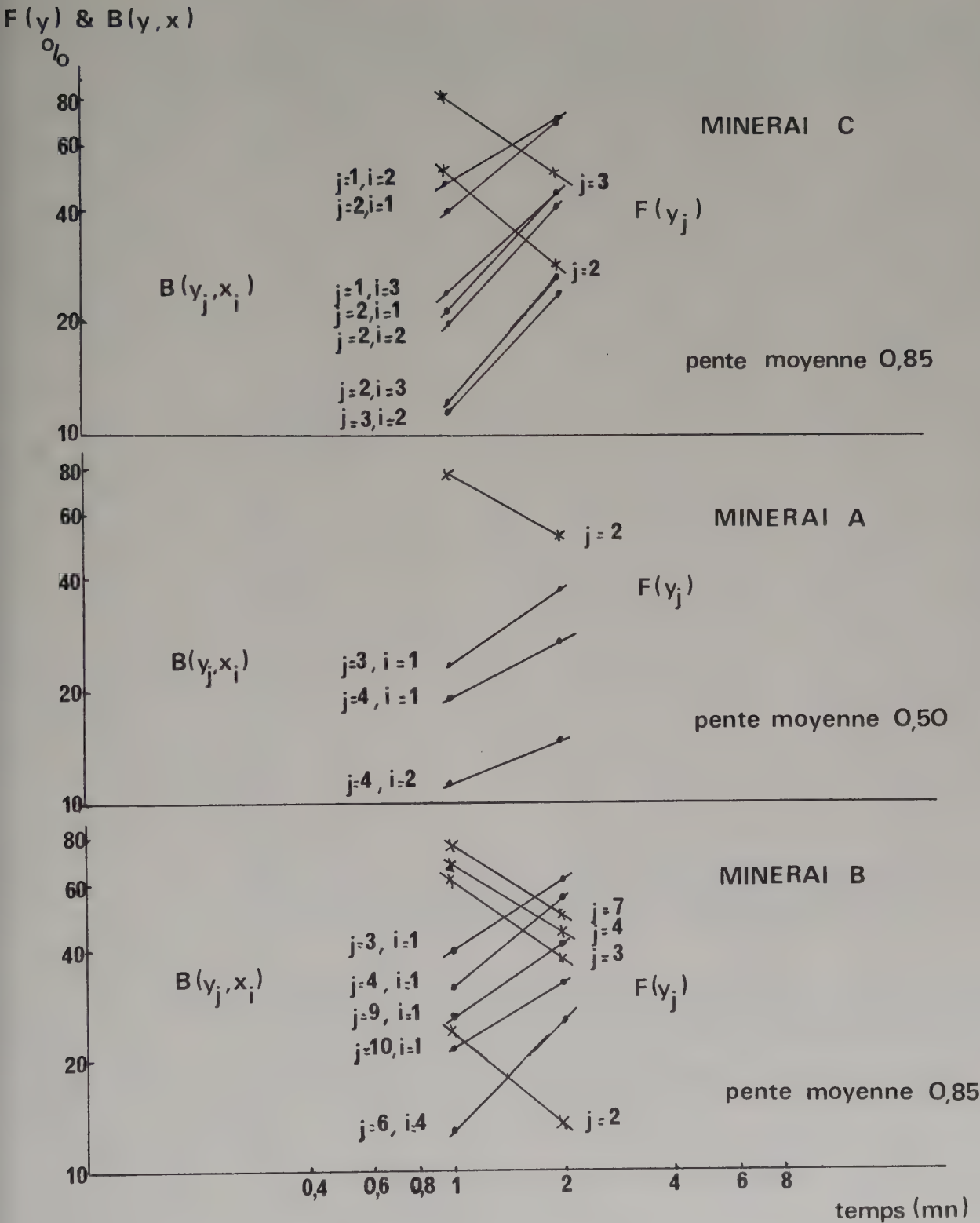
La matrice de transfert se présente donc comme une combinaison de deux matrices et du temps .

Cette combinaison a été choisie comme un produit de ces matrices, ce qui revient à une seule matrice triangle dont la diagonale est la matrice de " sélection " . Cette matrice " somme " satisfait à l'hypothèse prouvée expérimentalement selon laquelle la fonction de sélection et la fonction de broyage sont chacune dépendante à la fois de la machine et de la nature du matériau alors qu'il est souvent établi que la fonction de sélection dépend de la machine et la fonction de broyage du matériau .

En combinant les équations (7) et (8) et en remplaçant Δ par sa valeur, il vient (sous forme matricielle) :

$$[M (x_i, t)] = \left[\left([B (y_j, x_i)] \times t^\gamma \right) + \left([F (y_j)] \times t^{-\gamma} \right) \right] \times [M (x_i, 0)] \quad (9) .$$

Fig 9 - VARIATIONS DES FONCTIONS SELECTION ET BROYAGE EN FONCTION DU TEMPS



2.4. RESULTATS DES VERIFICATIONS EFFECTUEES SUR MINERAIS REELS .

La première condition que doivent remplir les minerais à tester est de suivre la loi de SCHUMMANN (38). Cette hypothèse est bien vérifiée expérimentalement (voir tableau ci-dessous) et les échantillons sont alors caractérisés par leur module de distribution α .

α * = module de distribution (= pente de la courbe granulométrique)				
MINERAI	T.VENANT	t=2,5 mn	t=5 mn	t=10 mn
A. LARGENTIERE	0,67	0,67	0,67	0,67
B. V. MONTAGNE	0,43	0,43	0,43	0,43
C. ANGEVILLERS	0,45	0,45	0,45	0,45
E. OLETTE	0,49	0,49	0,49	0,49
F. DURFORT	0,42	0,42	0,42	0,42
G. LES MALINES	0,37	0,37	0,37	0,37
H. SALSIGNE	0,46	0,46	0,46	0,46
L. TERRAMONTE	0,38	0,38	0,38	0,38
N. LA PLAGNE	0,41	0,41	0,41	0,41
S. LUJAR	0,45	0,45	0,45	0,45
AA. DJEBEL AOUAM	0,35	0,35	0,35	0,35
AB. SOLDADO	0,35	0,35	0,35	0,35
* Les valeurs de α sont rigoureusement égales puisqu'il a toujours été possible de faire passer des droites parallèles par les points de la courbe granulométrique .				

241. LA METHODOLOGIE CONCERNANT LE PROCESSUS DE DISSOCIATION DES FONCTIONS "SELECTION" et "BROYAGE" a été présentée au chapitre 2.2.

Ces fonctions ont été déterminées pour une durée de broyage de 2 mn et vérifiées pour des temps de 2,5 ; 5 ; 8 ou 10 mn .

Les conditions de broyage sont les suivantes :

. Préparation du minerai avant broyage .

Les minerais sur lesquels ont été effectués les essais se présentaient sous la forme de blocs de 5 à 10 cm d'arête, provenant du tout-venant de la mine. Ces blocs ont subi les opérations suivantes :

- 100 kg ont été concassés dans un concasseur à mâchoirs réglé à environ 30 mm puis le produit du concassage a été tamisé à sec à 1 mm ,
- le rejet de ce tamisage a été concassé dans un concasseur à mâchoires réglé à environ 4 mm puis le produit de ce concassage a été tamisé à sec à 1 mm ,
- le rejet de ce tamisage a été concassé dans un concasseur giratoire réglé de façon à avoir un produit inférieur à 1 mm après deux passages ,
- les 100 kg ainsi réduits en particules inférieures à 1 mm ont été divisés en fractions équivalentes ,
- une de ces fractions a été tamisée en phase humide pour obtenir la distribution granulométrique (figures 10 et 11) de ce qui va constituer le tout-venant pour les broyages ci-après .

. Opérations de broyages dans un broyeur à boulets en phase humide .

Conditions opératoires des tests de broyage :

type de broyeur utilisé :

- broyeur en fonte de la société Minerais et Métaux ,
- volume 10 litres ,
- transmission par poulie et courroie trapézoïdale ,
- vitesse de rotation du corps broyeur 40 t/mn ,
- charge 15 boulets de 51 mm de diamètre (charge totale 8,430 kg) ,
- 500 g de minerai inférieur à 1 mm, 500 g d'eau.

granulométrie :

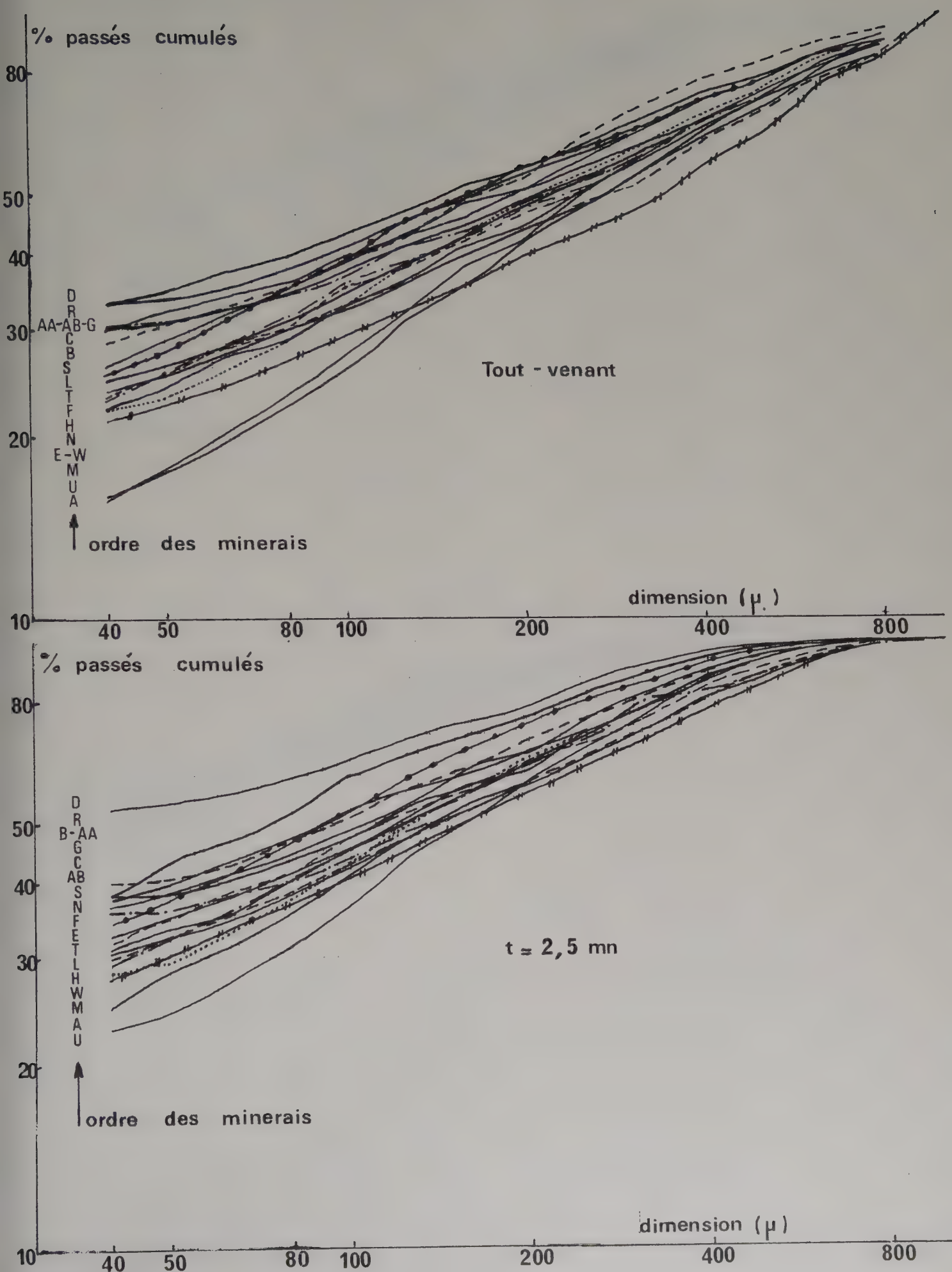
Les tamisages ont été réalisés en phase humide avec une tamiseuse toujours équipée de la même série de tamis régulièrement contrôlés .

durées de broyage :

Elles ont été contrôlées au chronomètre .

fig 10 ANALYSES

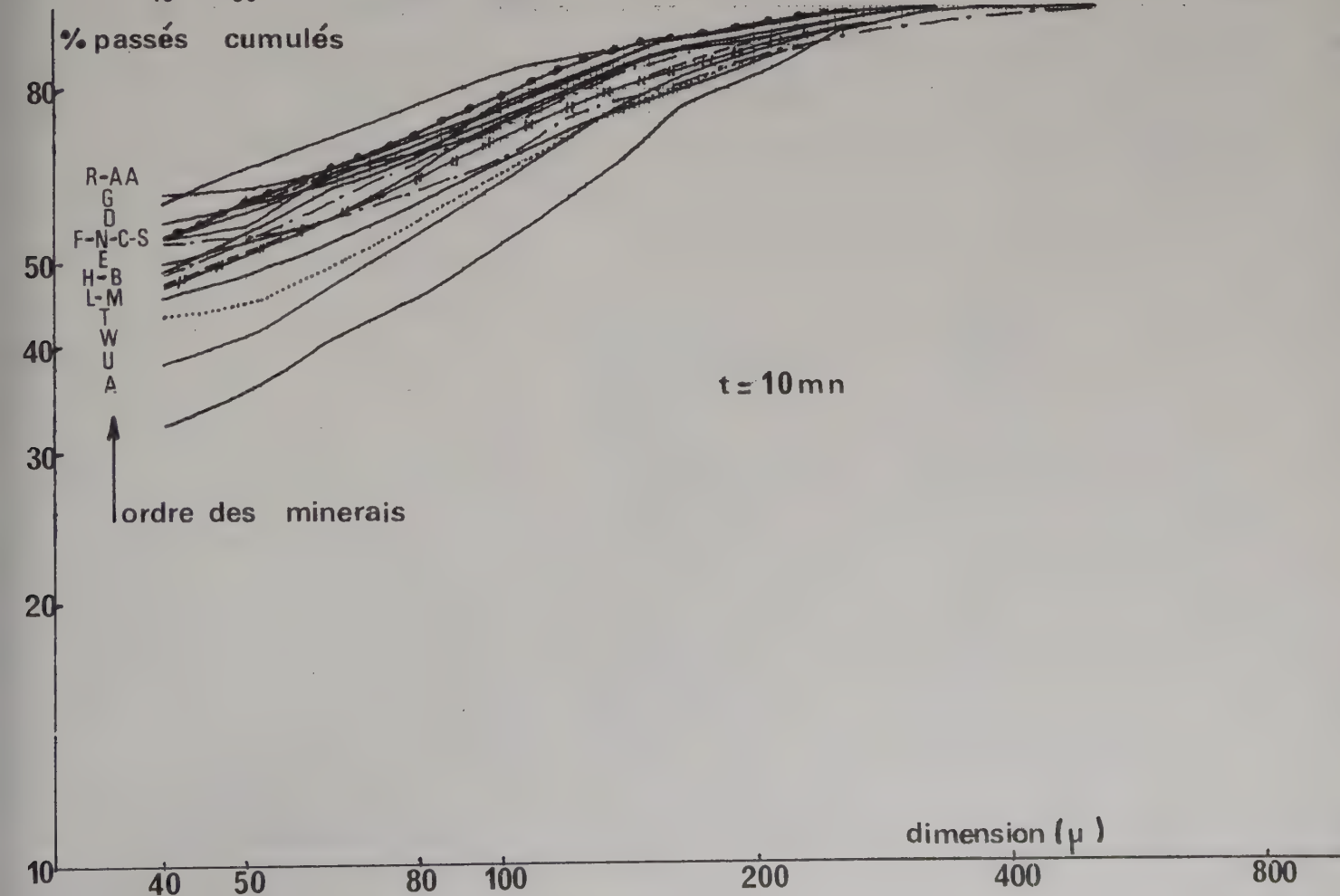
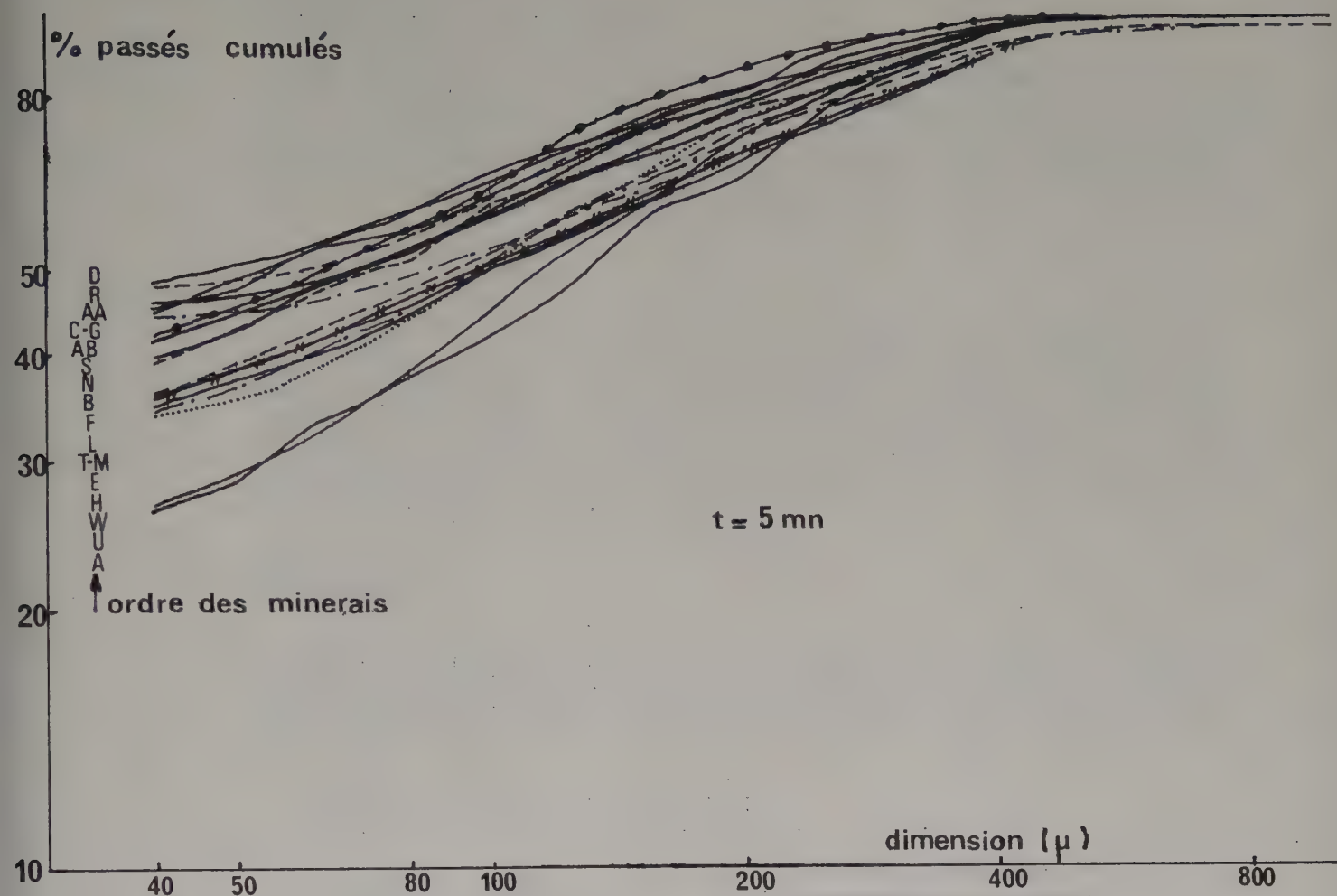
GRANULOMETRIQUES



ANALYSES

GRANULOMETRIQUES

(fig 11)



242. DETERMINATION DE L'EXPOSANT γ .

Le passage de l'équation (6) à l'équation (7) (chapitre 2.3) montre que γ doit être une fonction de n . Expérimentalement, pour les différents minerais, il apparaît que $\gamma = 1,5 n$ c'est-à-dire $\gamma = 1,5 (1-\alpha)$ si α est le module de distribution de la distribution granulométrique de l'alimentation (il a précédemment été vérifié que $n \neq 1-\alpha$) (fig. 12) **.

243. RESOLUTION DU MODELE .

Elle est très simple et s'effectue aisément sur calculatrice de bureau. A partir de la connaissance de la descendance de chaque fraction granulométrique, les matrices "broyage" et "sélection" sont déterminées puis ramenées à des matrices "unitaire" (c'est-à-dire des matrices de broyage et de sélection pour un temps unité). Les analyses granulométriques du produit pour un temps donné t sont alors fournies par l'application directe du modèle .

244. VERIFICATION .

Les analyses granulométriques trouvées au paragraphe 243 sont comparées aux analyses obtenues par tamisage après broyage de l'alimentation pendant une durée t . Le modèle est vérifié puisqu'elles sont confondues (figures 13 et 14) .

Le modèle permet donc de prévoir :

soit le temps qu'il faut broyer une alimentation donnée pour obtenir un produit donné ,

soit le produit qui sera obtenu au bout d'un temps déterminé et à partir d'une alimentation définie ,

soit enfin l'alimentation qu'il faudrait prévoir en vue de l'obtention d'un produit spécifique .

Les valeurs de γ , pour les minerais étudiés, sont :

minerais	A	-	LARGENTIERE	$\gamma = 0,50$
"	B	-	V. MONTAGNE	$\gamma = 0,85$
"	C	-	ANGEVILLERS	$\gamma = 0,85$
"	E	-	OLETTE	$\gamma = 0,71$
"	F	-	DURFORT	$\gamma = 1,00$
"	G	-	LES MALINES	$\gamma = 1,00$
"	H	-	SALSIGNE	$\gamma = 0,80$
"	L	-	TERRAMONTE	$\gamma = 0,95$
"	M	-	LAURIUM	$\gamma = 0,85$
"	N	-	LA PLAGNE	$\gamma = 0,90$
"	S	-	LUJAR	$\gamma = 0,85$
"	T	-	CARTHAGENE	$\gamma = 0,85$
"	W	-	DISPUTADA	$\gamma = 0,76$
"	AA	-	DJEBEL AOUM	$\gamma = 1,00$
"	AB	-	SOLDADO	$\gamma = 1,00$
"	U	-	AOULI	$\gamma = 0,57$

** pour KICK $n = 1$
 RITTINGER $n = 2$ } les résultats expérimentaux se rapprochent plutôt de
 BOND $n = 1,5$ } la loi de KICK car il s'agit de broyages fins.

fig.12 VARIATIONS DE L'EXPOSANT γ EN FONCTION DU
MODULE DE DISTRIBUTION α

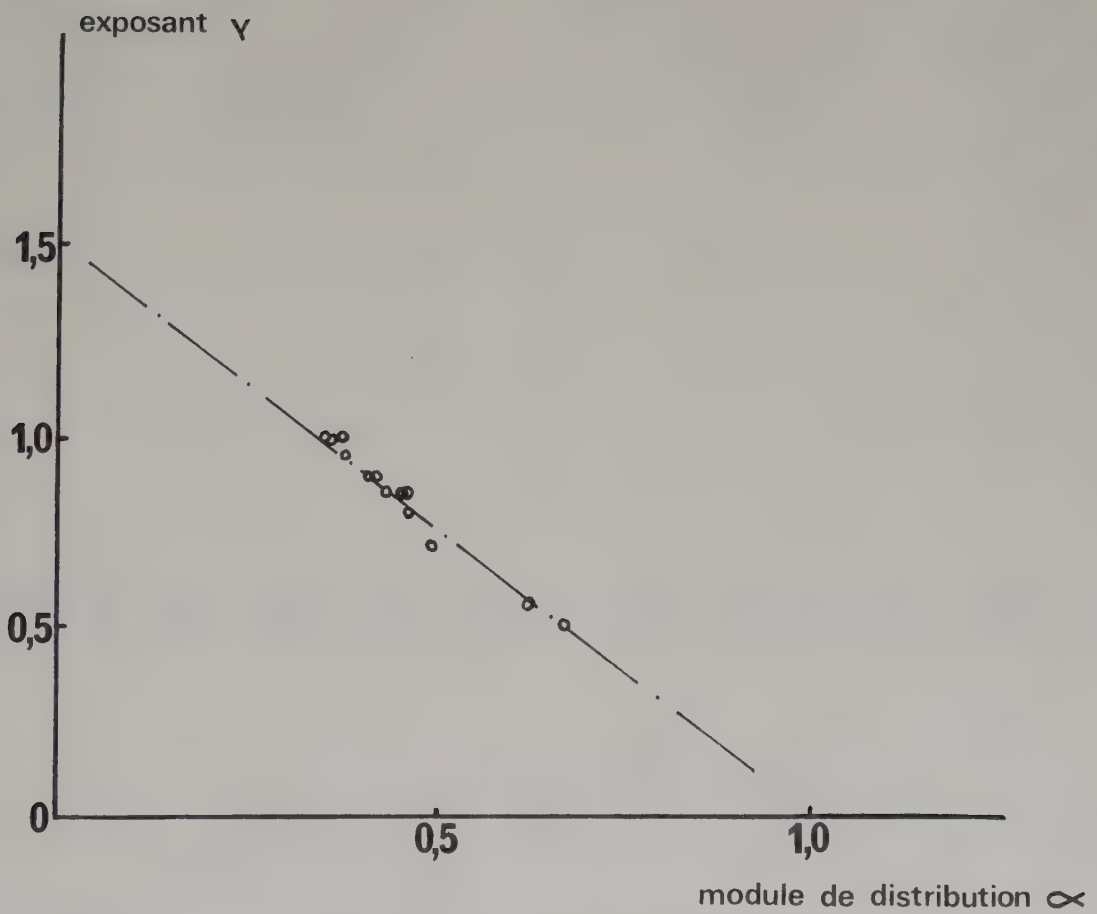


fig.13 Comparaison entre courbes calculées et mesurées (en laboratoire) ³⁶
(— — — calculées ——— mesurées)

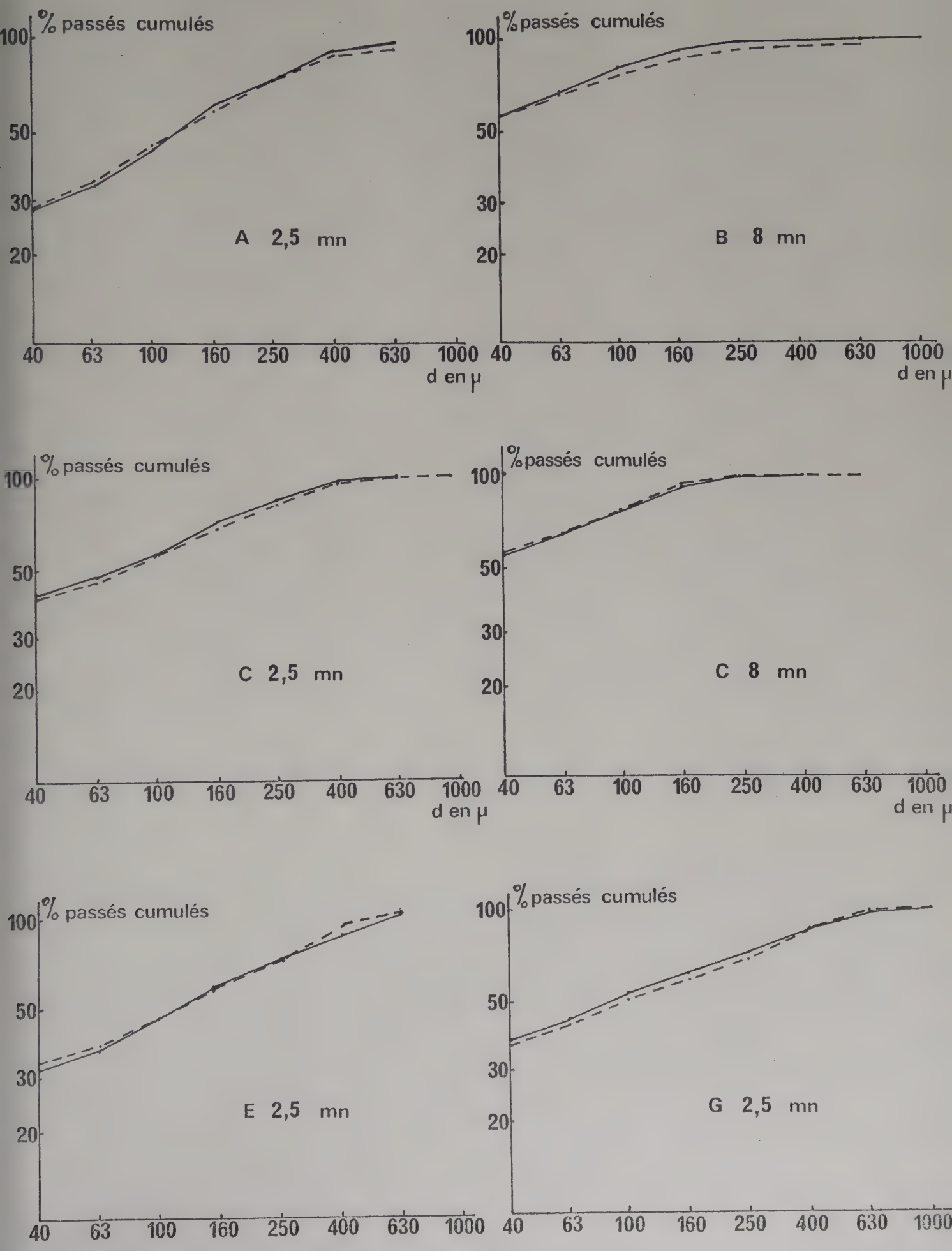
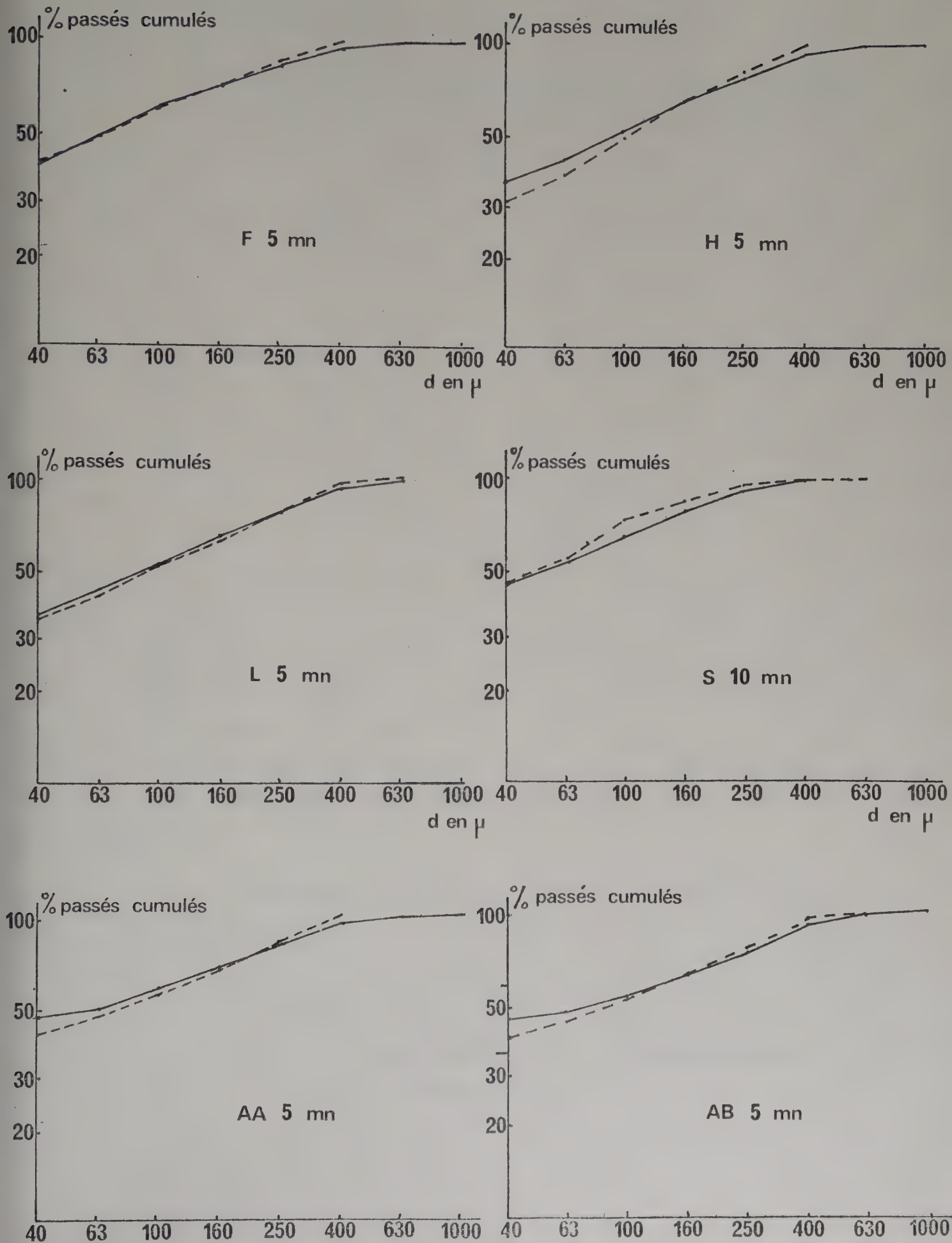


fig.14 Comparaison entre courbes calculées et mesurées (en laboratoire) 37
 (----- calculées ——— mesurées)



245. EXEMPLE D'APPLICATION : minerais connus et exploités .

Quelle granulométrie sera obtenue au bout de 5 mn ?

1°) broyages en remplaçant chaque fraction successivement par de la magnétite (0,630 à 1,000 ; 0,400 à 0,630 ; 0,250 à 0,400 ; 0,160 à 0,250 ; 0,100 à 0,160 ; 0,063 à 0,100 ; 0,040 à 0,063 μ).

Matrices obtenues à $t = 2$ mn

Matrice broyage						Matrice sélection	
0						30,29	
69,71	0					61,22	
44,35	38,78	0				69,15	
24,61	18,93	30,85	0			69,51	
16,38	12,21	18,56	30,49	0		78,06	
11,34	8,42	12,33	17,10	21,94	0	85,92	
6,60	5,28	7,63	9,95	11,07	14,08	0	80,46
4,45	3,72	4,95	6,81	7,52	7,49	19,54	

2°) Matrices "unitaires"

broyage						sélection	
0						2732	
0,773	0					5513	
0,492	0,430	0				6237	
0,273	0,210	0,342	0			6270	
0,182	0,135	0,206	0,338	0		7041	
0,126	0,093	0,137	0,190	0,243	0	7750	
0,073	0,059	0,084	0,110	0,123	0,156	0	7258
0,049	0,041	0,055	0,075	0,083	0,083	0,217	

3°) le modèle peut donc s'écrire (puisque $\alpha = 0,38$ donc $\gamma = 0,95$)

$$\begin{bmatrix} M(100, t) \\ \vdots \\ M(0,040, t) \end{bmatrix} = \underbrace{\left(\underbrace{\begin{bmatrix} \text{Matrice "unitaire" broyage ci-dessus} \end{bmatrix}}_2 \times t^{0,95} \right) + \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \text{Matrice "unitaire" sélection ci-dessus} \end{bmatrix}}_1 \times t^{0,95} \right)}_3 \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0,2078 \\ 0,1751 \\ 0,1338 \\ 0,0847 \\ 0,0707 \\ 0,0478 \\ 0,0334 \\ 0,2467 \end{bmatrix}}_{\text{Matrice alimentation}}$$

4

La granulométrie à $t = 5$ mm sera alors obtenue en développant simplement le calcul matriciel ci-dessus dans le sens 1. 2. 3. 4. indiqué ci-dessus (avec discrétisation au niveau 4 puis cumul).

Résultats (voir figure 14)

<u>Dimensions</u>	<u>% passés cumulés</u>
0,630 - 1,000 mm	100
0,400 - 0,630 mm	100
0,250 - 0,400 mm	97,34
0,160 - 0,250 mm	79,97
0,100 - 0,160 mm	63,30
0,063 - 0,100 mm	51,90
0,040 - 0,063 mm	41,40
< 0,040 mm	35,52 .

2.5. SIMPLIFICATION DU MODELE ET APPLICATION PRATIQUE .

251. LOIS SIMPLIFICATRICES .

Le problème était de simplifier au maximum les matrices peu commodes à déterminer pour une utilisation courante .

Trois lois permettent de caractériser un minéral par un $F(y)$ et un $B(y,x)$. Ces lois ont été déterminées graphiquement et sont identiques pour tous les minerais et toutes les fractions considérées.

$$2511. B(y,x) = f(x) .$$

Tout d'abord, pour ce qui concerne la fonction $B(y,x)$ une première simplification serait de pouvoir ne considérer qu'un terme par fraction originale y . C'est alors la loi $B(y,x) = f(x)$. Graphiquement, toutes les fractions de tous les minerais présentent la même courbe de descendance (figure 15). Ce qui est logique, puisque, en quelque sorte, toutes les fractions suivent la loi de SCHUMMANN (38).

Donc, toujours graphiquement, il est possible de trouver toutes les fonctions $B(y,x)$ d'une fraction à partir d'une seule valeur. La forme de la courbe obtenue correspond à la distribution granulométrique de gravillons soumis à certains tests élémentaires de percussion ou de rupture dynamique. Cette courbe a cette signification physique.

$$2512. B(y,x) = f(y) ** .$$

Il restait alors à résoudre le problème de la déduction des descendance les unes par rapport aux autres, c'est-à-dire de trouver une loi qui permette de connaître toutes les fonctions $B(y_j, x_i)$, $B(y_{j-1}, x_{i-1})$ etc... à partir de la valeur d'une seule de ces fonctions. Il s'agit alors de la loi $B(y,x) = f(y)$.

La figure 16 montre que toutes les fractions suivent la même loi pour chaque minéral, la figure 17 que tous les minerais suivent grosso-modo la même loi .

$$2513. F(y) = f(y) ** .$$

La troisième loi concerne la fonction $F(y)$. Il s'agit alors de déduire les fonctions $F(y_1)$, $F(y_2)$ etc... à partir de la valeur d'une seule d'entre elles. C'est la loi $F(y) = f(y)$. La figure 17 bis prouve que tous les minerais peuvent être considérés comme suivant une loi identique (toujours graphiquement) .

** Ces courbes n'ont aucune signification physique, ce sont des courbes statistiques qui sont dues au fait que le broyeur à boulets travaille statistiquement .

tous les minerais, rapportées à la même ordonnée à l'origine

(les ordonnées ne sont portées qu'à titre indicatif)

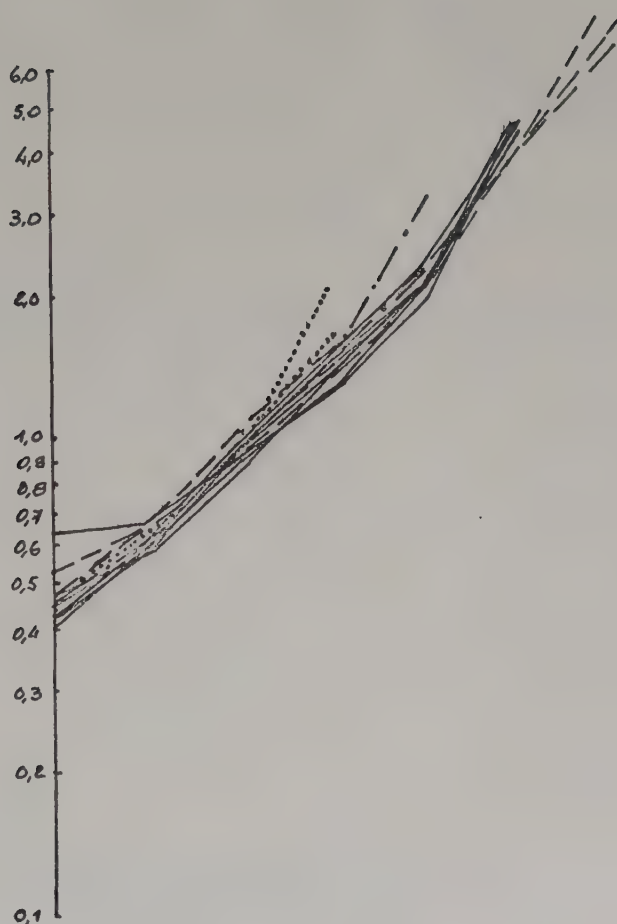
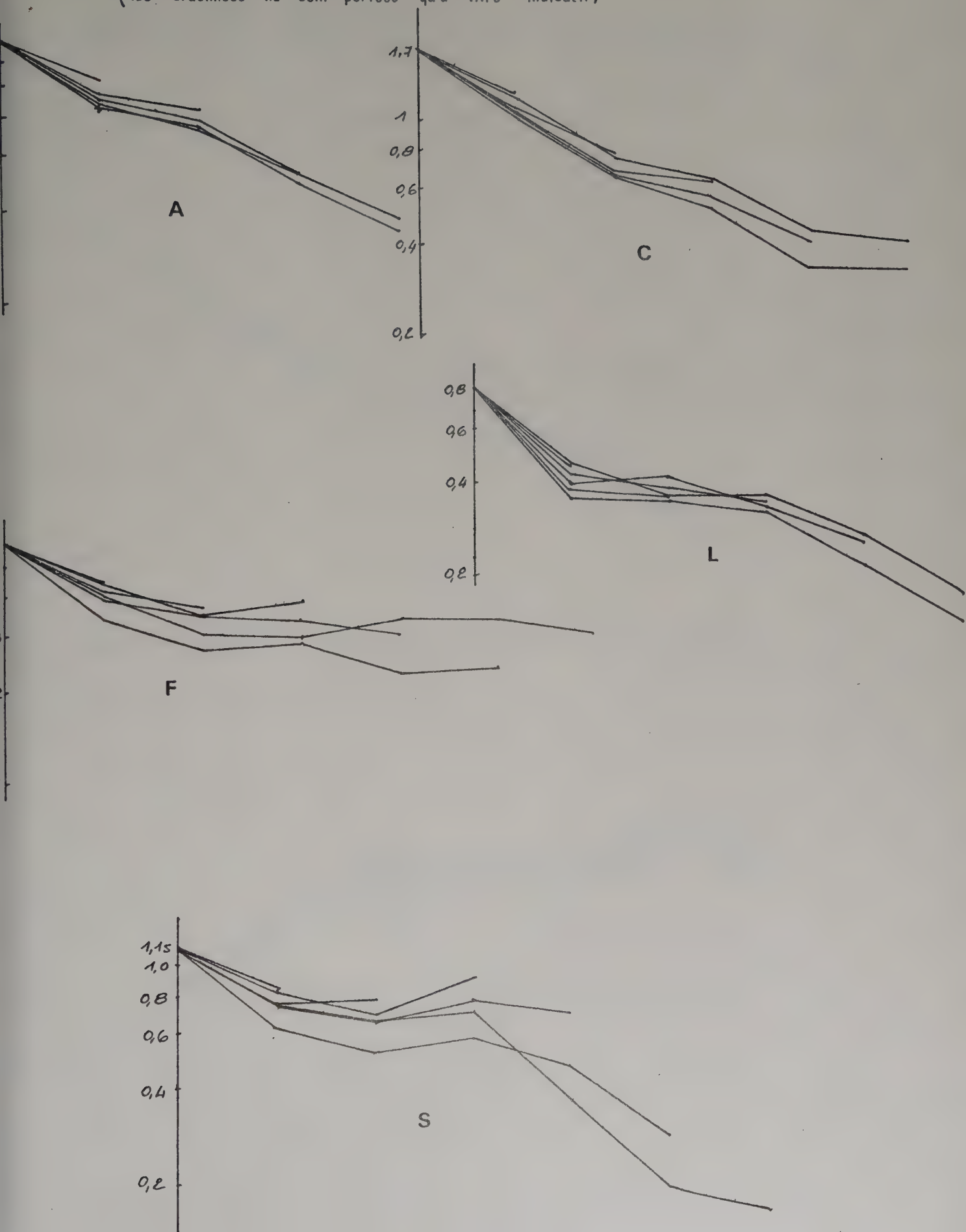


fig 16 Variations de la fonction $B(y_j, x_i)$ en fonction de y_j pour chaque x_i 42
 (les ordonnées ne sont portées qu'à titre indicatif)

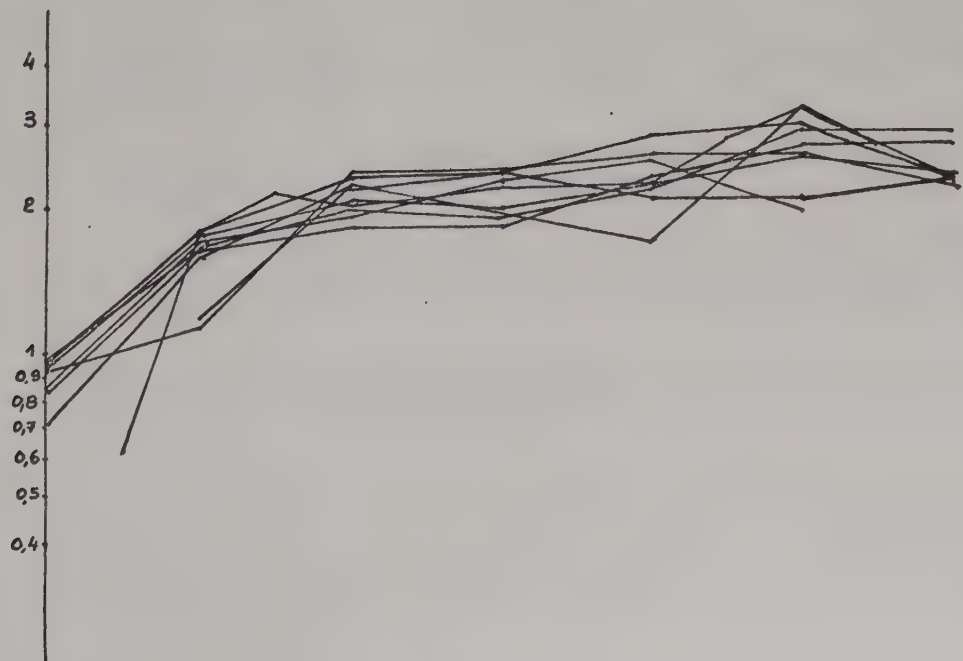


pour tous les minerais ,rapportées à la même ordonnée à l'origine

(les ordonnées ne sont portées qu'à titre indicatif)



fig.7^{bis} Variations de $F(x_i, y_j)$ dans les mêmes conditions



252. APPLICATION A L'UTILISATION PRATIQUE .

2521. Moyens à utiliser .

L' "outil" est composé de trois abaques (figure 18) à utiliser successivement de la manière suivante :

- 1°) à partir de la valeur de la fonction $B(y_j, x_1)$ connue déterminer graphiquement les autres valeurs pour la fraction y_j considérée (abaque n° 1) ; (figure 18 bis).
- 2°) à partir des valeurs trouvées au 1° déterminer graphiquement les fonctions $B(y_j, x_1)$, $B(y_j, x_{1-1})$... pour les autres fractions y_j . (figure 18 bis).

Il convenait alors de vérifier ces trois lois en les appliquant à plusieurs cas concrets. A partir donc d'une fonction $F(y_1)$, d'une fonction $B(y_1, x_1)$ et des abaques, la matrice unité a été reconstituée. La vérification a été entreprise ensuite de la même manière qu'avec la matrice "unitaire" déterminée directement ; les résultats sont portés sur la figure 19. Les courbes sont bien confondues et les résultats obtenus à partir des abaques sont quelques fois meilleurs que par le calcul direct .

2522. Exemple d'application .

Mineral connu et exploité composé d'une gangue quartzeuse et de galène, chalcopryrite, pyrite, marcasite .

La question posée est la même qu'au paragraphe 245 :

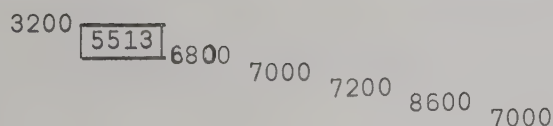
Quelle granulométrie sera obtenue au bout de 5 mn ?

- 1°) La fonction sélection et la fonction broyage sont obtenues de la façon suivante :

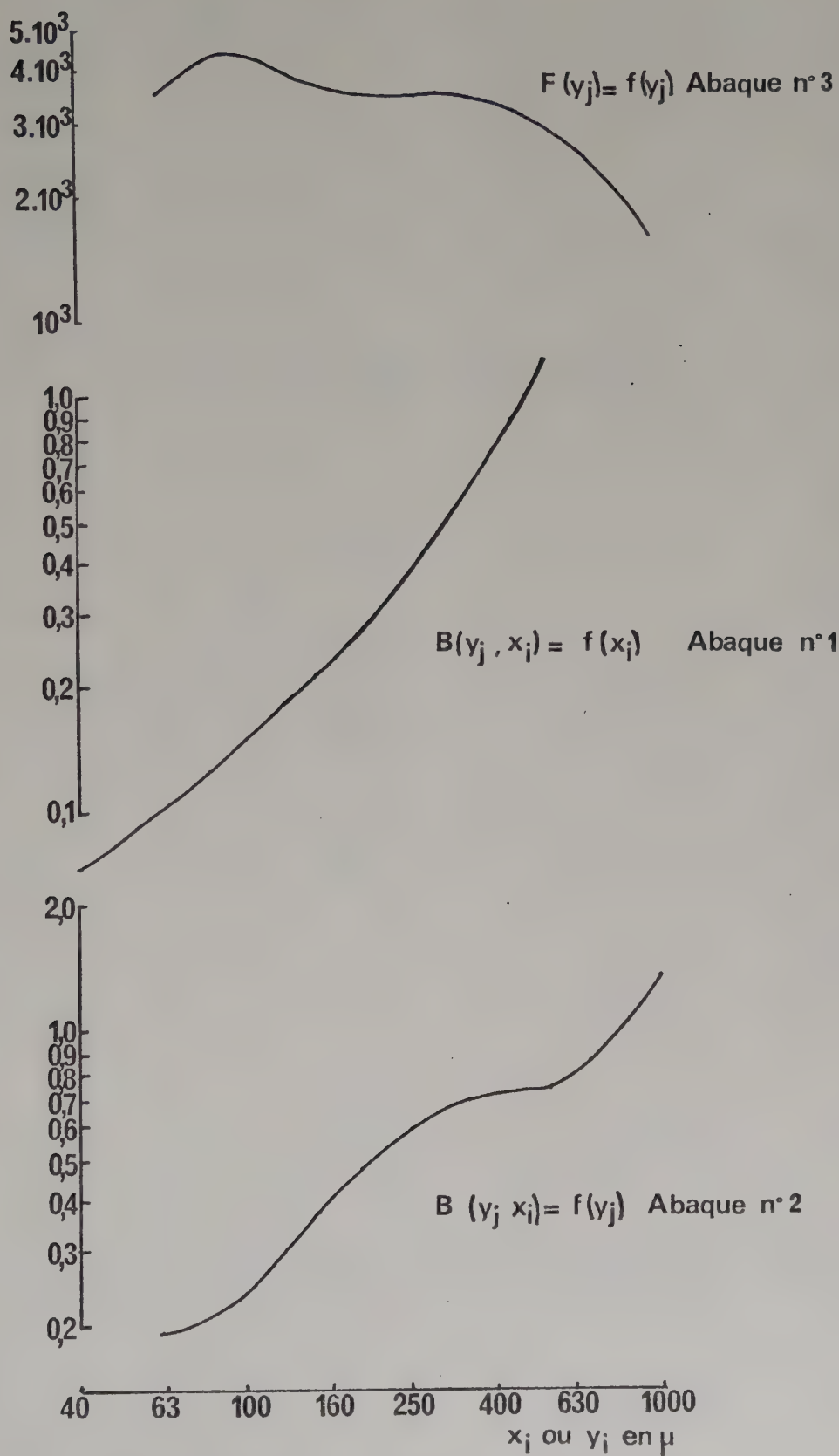
- Broyage en remplaçant la fraction 0,400 à 0,630 par de la magnétite pendant une durée de 2 mn .
- Analyse granulométrique de cette fraction pour obtenir la fonction sélection : 61,22, et la fonction broyage pour un x de 0,100 à 0,160 : 12,21 .

- 2°) Obtention des matrices "unitaires". Les fonctions ci-dessus deviennent respectivement 5513 et 0,135 .

Pour obtenir la matrice "unitaire" sélection , il suffit de porter la valeur 5513 à l'abscisse 0,630 μ sur l'abaque n° 3 (figure 18 bis) puis de lire sur la courbe les valeurs correspondant aux autres fractions soient (la valeur encadrée est la valeur connue) :

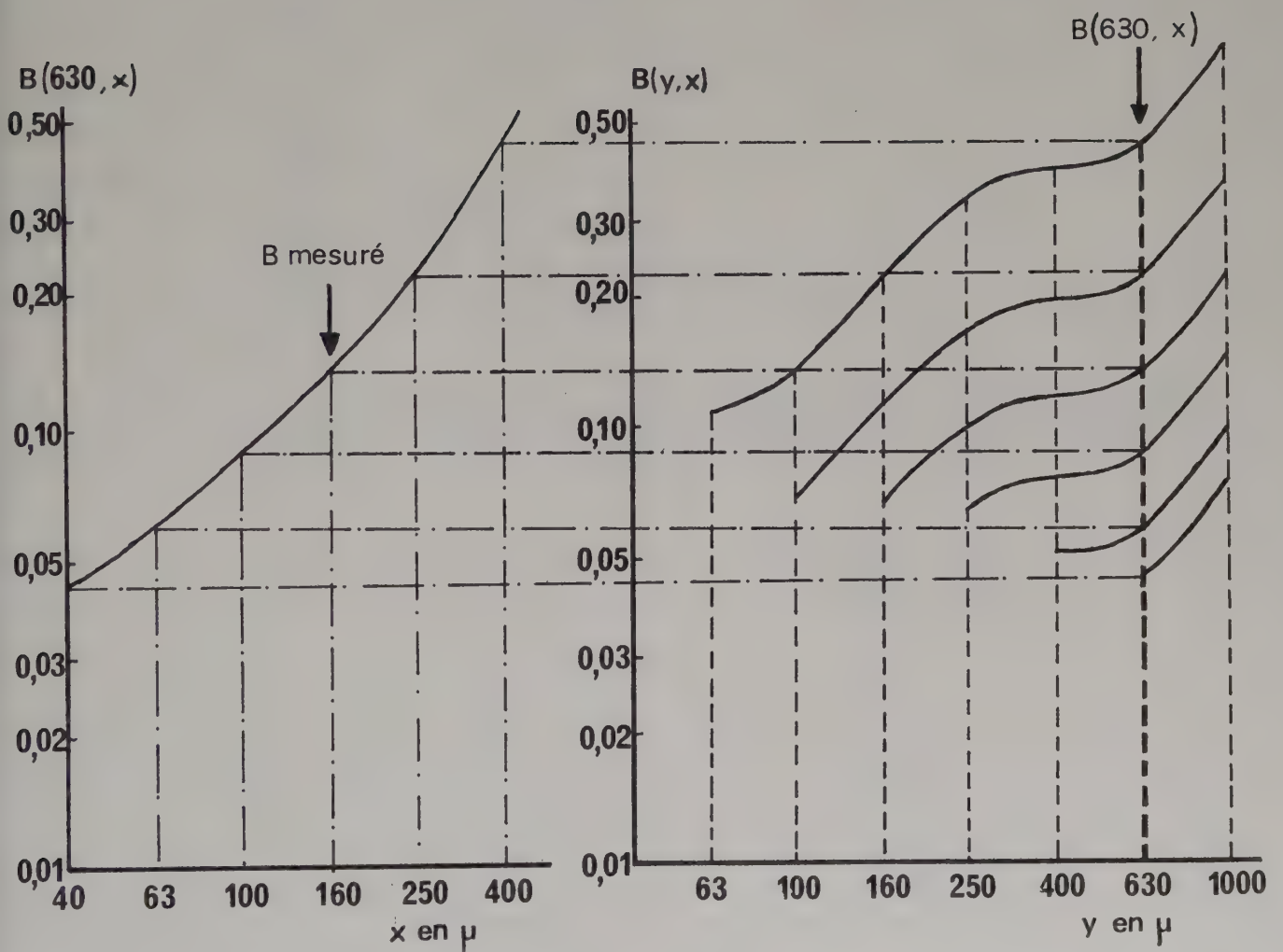
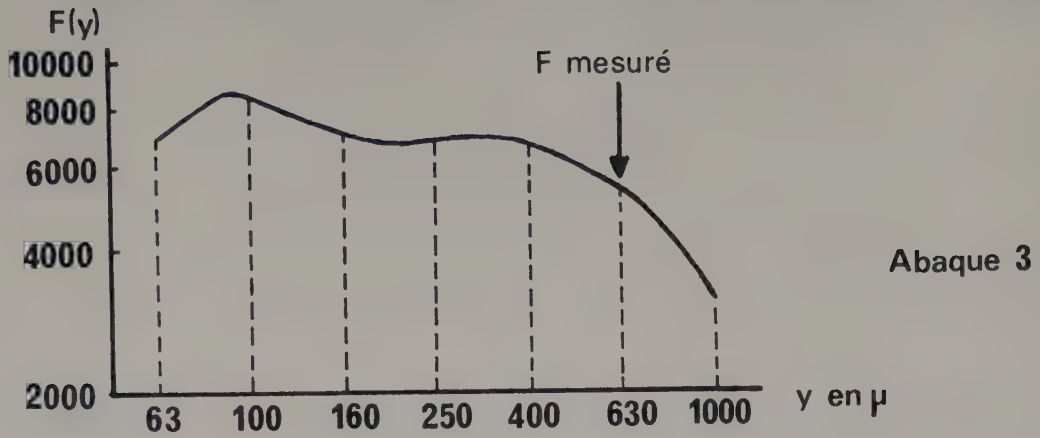


A PARTIR D'UN $B(y_j, x_i)$ ET D'UN $F(y_j)$



les ordonnées ne sont portées qu'à titre indicatif

Fig.18^{bis} EXEMPLE D'APPLICATION : UTILISATION DES ABAQUES



Pour obtenir la matrice "unitaire" broyage, il suffit :

- a) de porter la valeur 0,135 à l'abscisse 0,160 sur l'abaque n° 1 (figure 18 bis), la lecture des valeurs correspondant aux autres x donnent la descendance de cette fraction, soient :

0
0,445
0,225
0,135
0,088
0,060
0,045

- b) de porter ces valeurs sur un graphique log-log à l'abscisse 0,630 μ et d'y faire passer les courbes de l'abaque n° 2 (figure 18 bis) pour obtenir pour chaque y (abscisse) les fonctions de broyage correspondant aux différents x .

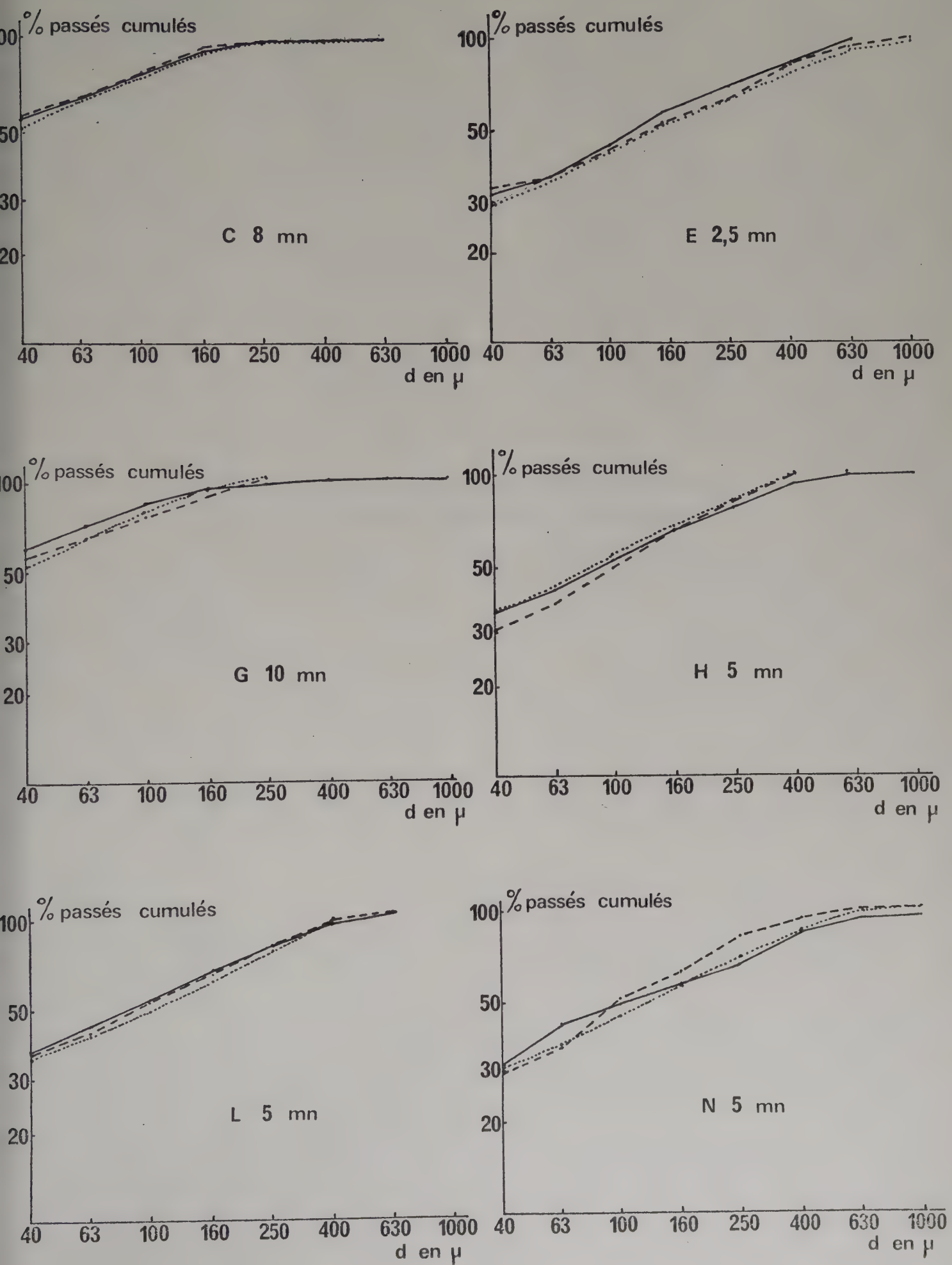
La matrice "unitaire" broyage est alors :

0								
0,760	0							
0,380	0,445	0						
0,230	0,225	0,390	0					
0,150	0,135	0,195	0,340	0				
0,100	0,088	0,117	0,167	0,222	0			
0,076	0,060	0,076	0,100	0,112	0,138	0		
0,040	0,045	0,052	0,065	0,067	0,069	0,109	.	

La granulométrie à $t = 5$ mn sera alors obtenue en développant le calcul matriciel décrit au paragraphe 245 et les résultats sont : (voir courbe figure en annexe) :

Dimensions	% passés cumulés
0,630 à 1,000 mm	100
0,400 à 0,630 mm	100
0,250 à 0,400 mm	96,30
0,160 à 0,250 mm	76,56
0,100 à 0,160 mm	60,59
0,063 à 0,100 mm	48,38
0,040 à 0,063 mm	39,96
< 0,040 mm	33,78

fig.19 Comparaison entre courbes mesurées (—) , calculées directement (---) et calculées à partir d'un $F(y)$ et d'un $B(y,x)$ (.....)



CHAPITRE TROISIEME .

RELATIONS ENTRE L'APTITUDE A LA FRAGMENTATION
ET LA CARACTERISATION PHYSIQUE DES MINERAIS .

3.1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE .

L'étude bibliographique qui commence ce chapitre montre, d'une part, le peu de recherches effectuées dans ce sens, d'autre part le manque de conclusions et de précisions applicables à l'industrie .

La littérature concernant le broyage est pauvre en articles et études de ce type .

Si de nombreux auteurs ont tenté de calculer des indices de broyabilité à partir d'essais de compression de gravillon dans une presse avec mesure de la nouvelle surface créée, peu de chercheurs se sont attachés à relier les paramètres du broyage à certaines caractéristiques physiques et par là-même, les expliquer .

Dans l'étude qui va suivre, c'est surtout la vitesse de propagation du son qui a intéressé les auteurs par sa relation avec la porosité et parce que la présence, plus ou moins grande, de vides donc de défauts pouvait laisser présager une plus ou moins grande aptitude à la fragmentation. La dureté semble aussi avoir la faveur des chercheurs sans doute parce qu'un matériau très dur et sans défaut est évidemment plus difficile à fragmenter qu'un matériau tendre .

Toutes ces études sont effectuées soit sur des minéraux purs , fluorine , barytine , silice , etc... soit sur des matériaux frittés (corindon, oxyde d'aluminium), ces derniers pouvant être considérés comme isotropes et présentant, en outre, l'avantage qu'à partir d'un même corps, il puisse être obtenu des matériaux de porosité variable et contrôlable (par la température de frittage) .

Il est logique de conduire une étude fondamentale de cette sorte à partir de corps "simplifiés" et isotropes. Aucun de ces articles n'étend, cependant, les résultats trouvés à des corps composés et anisotropes. Or , les minerais sont, par nature, constitués de plusieurs éléments de comportement différent et l'élément valorisable qui, en fin de traitement, doit être obtenu à une granularité définie, est souvent beaucoup plus tendre que la gangue hétérogène l'entourant qui est, en réalité, le matériau à broyer .

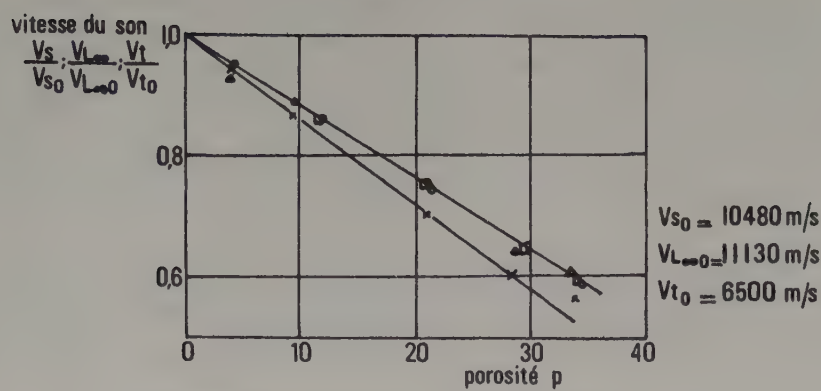
La principale caractéristique physique qui ait intéressé les auteurs est la vitesse de propagation du son à cause de sa relation avec la fissuration et la porosité. Le meilleur exemple est DAHLHOFF (13) pour ce qui concerne la porosité (figure 20 a). D'après l'équation qu'il développe, une substance se fragmente d'autant plus difficilement que son impédance sonore est élevée .

Cette relation n'est valable que pour des corps solides fragiles à réseaux exempts de défauts .

A l'aide d'essais de broyage sur du corindon fritté de granulométrie de départ 0,5 à 0,7 mm dans un récipient de un litre avec un degré de remplissage de 15 %, la taille des boulets étant de 12 mm, l'auteur a montré (figure 20 b) que la relation entre la nouvelle surface créée et la durée de broyage est linéaire .

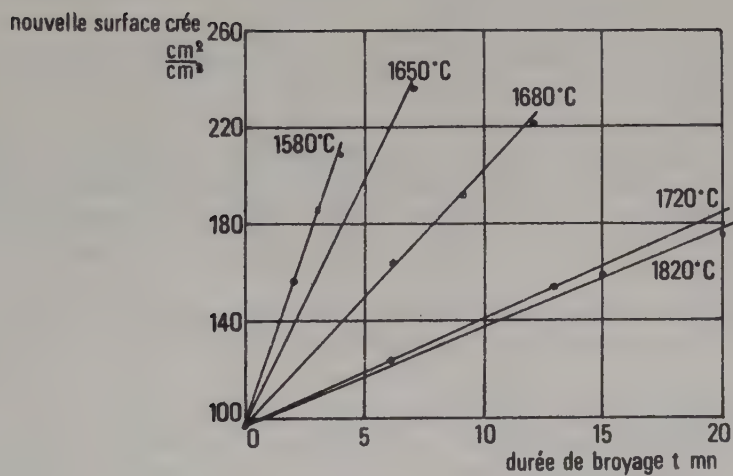
Comme paramètres, sur la figure 20 b, sont indiquées les températures de frittage du corindon .

Figure 20 a



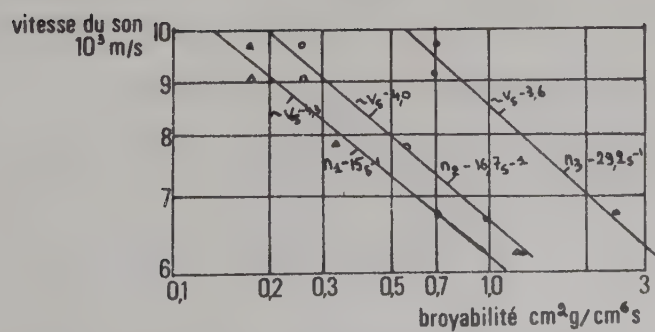
Relation entre la vitesse du son et la porosité p, mesurée sur des corps frittés d'oxyde d'aluminium

Figure 20 b



Variation de la surface avec la durée du broyage

Figure 20 c



Relation entre la broyabilité m et la vitesse des ondes

R e m a r q u e :

Les essais effectués représentent des efforts de broyage faibles pour des temps longs (jusqu'à 20 mn), c'est-à-dire des accroissements de surface petits (de l'ordre de $200 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$). Ceci justifie une relation linéaire entre la nouvelle surface créée et le temps ; alors que les essais en laboratoire (chapitre 232) font apparaître des accroissements de surface de $600 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$ pour des durées de broyage de 10 secondes et se situent donc déjà dans la zone où la surface ne varie plus linéairement avec le temps.

Les résultats ne sont valables que sur du corindon fritté mais ils permettent d'espérer que la détermination de la broyabilité de n'importe quelle substance solide cassante à structure cristalline pourra être ramenée à une simple mesure de la vitesse du son.

BRACHEL (8) étudie la formation de nouvelle surface au cours de la fragmentation par chocs, qu'il trouve inversement proportionnelle à l'énergie de rupture rapportée à la surface.

L'auteur étudie la fragmentation des substances solides cassantes sur un matériau fritté de porosité variable (un corps de ce type peut être considéré comme isotrope) la tension de rupture étant indépendante de la direction de la contrainte.

La figure 21 a représente la relation entre la vitesse du son et la broyabilité pour des corps frittés de plusieurs porosités.

L'auteur étudie ensuite le broyage de minéraux naturels fragiles dans un broyeur spécialement équipé pour aspirer les fines hors de la zone de fragmentation au fur et à mesure de leur formation. La figure 21 b donne alors comme pour les corps frittés, les variations de la broyabilité en fonction de la vitesse du son.

L'auteur constate une différence entre les premiers moments du broyage ($t = 0$) et des durées plus longues.

Il y a une différence de comportement au broyage entre les matériaux frittés et les minéraux naturels (notamment la relation entre broyabilité et vitesse du son n'est pas la même).

Les essais sont effectués en laboratoire sur des minéraux purs, dans un très petit broyeur avec une granulométrie d'alimentation très fine ($0,5$ à $0,7 \text{ mm}$).

Peu d'auteurs ont étudié d'autres caractéristiques physiques que la vitesse de propagation du son.

En fait, un seul essai mécanique est envisagé, c'est l'essai PROTODIAKONOV cité par OCEPEK (34).

En particulier, l'auteur rapporte que :

" une méthode intéressante mise au point en URSS est la détermination du coefficient de solidité des minerais de Protodiakonov. Tous les minerais ainsi que d'autres roches sont subdivisés en 10 classes où le coefficient de solidité varie de $0,3$ à 20 et est trouvé suivant les méthodes classiques de détermination de solidité" .

Il est à noter, qu'effectivement en URSS, l'essai Protodiakonov est employé pour la détermination de l'aptitude au broyage (voir chap. 322). (Les formules citées par OCEPEK (34) ne sont assorties de vérifications expérimentales d'aucune sorte).

Figure 21 a

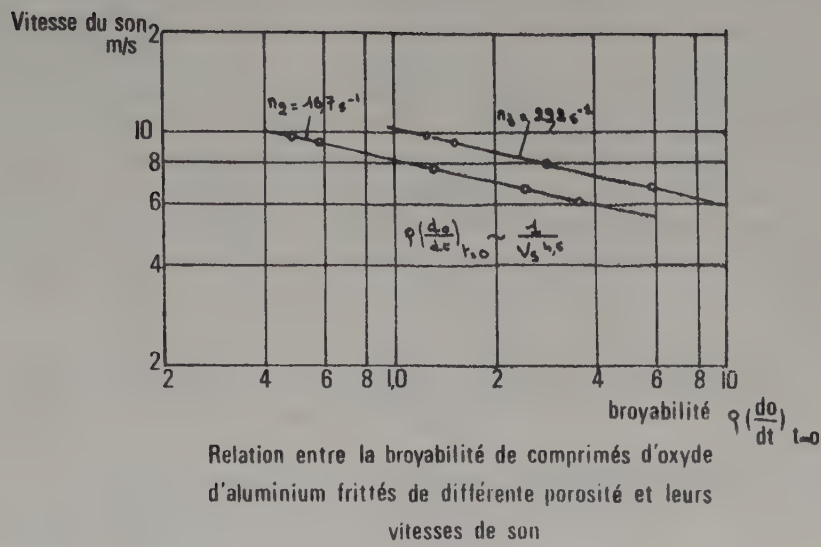
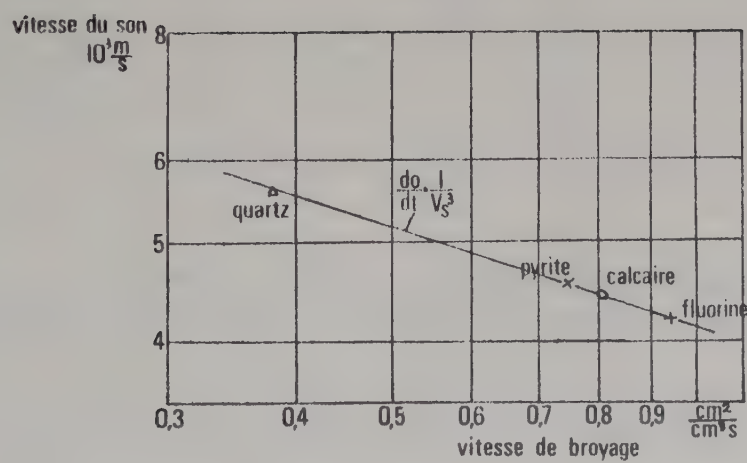


Figure 21 b



HAESE (20) remonte aux forces de liaisons entre les éléments d'un réseau cristallin qui ont une importance déterminante pour de nombreuses propriétés physiques (dureté, fissibilité, résistance), l'auteur détermine les énergies de réseau de plusieurs substances cristallines : fluorine, barytine... La détermination de la résistance au broyage (mkg/cm^2) comme inverse de la broyabilité est déterminée avec le vérificateur de broyabilité mis au point par ZEISEL (modèle Tonindustrie) dont il n'est pas donné de description. Cette détermination est effectuée sur une alimentation de particules de 0,75 à 1 mm. L'auteur envisage ensuite une comparaison entre l'énergie de réseau et la résistance à la fragmentation qu'il trouve varier dans le même sens. Après des considérations sur le calcul de l'énergie théorique de fragmentation, l'auteur conclut : " Dans une comparaison des différentes substances cristallines, pour lesquelles l'énergie de réseau et la résistance au broyage ont été déterminées, il apparaît que la résistance au broyage est d'autant plus forte que l'énergie de réseau est élevée ".

Ces calculs ne peuvent être effectués que sur des cristaux de même nature et non sur des assemblages de cristaux de différents corps comme c'est le cas pour les minerais réels.

Aucune courbe n'est fournie. Les relations données ne sont obtenues que par comparaisons de deux séries de chiffres qui varient dans le même sens. Les résultats sont les suivants :

Substances cristallines	Poids spécifique	Energie de réseau Valeur absolue kcal/mol	Résistance au broyage (10^{-9} kWh/ cm^2)	Travail théorique de fragmentation (10^{-11} kWh/ cm^2)
Barytine	4,46	520	2,26	3,50
Fluorine	3,17	638	3,40	5,26
Feldspath	2,58	2780	5,44	8,43
Feldspath	2,63	2790	7,34	11,38
Silice	2,65	2994	8,98	13,92
Sel gemme	2,50	185	-	2,94

Ce tableau montre que les énergies de réseau ne varient pas de la même façon que la résistance au broyage si elles varient dans le même sens.

L'auteur ne parle pas de la différence entre la résistance au broyage et le travail théorique de fragmentation.

3.2. CARACTERISATION PHYSIQUE DES MINERAIS .

Les déterminations physiques ont été effectuées suivant les règles de mécanique des roches classiques (40) dans les différents laboratoires spécialisés :

- . Laboratoire central des ponts et chaussées - Paris
- . Centre de mécanique des roches et des sols (Ecole nationale supérieure de géologie appliquée et de prospection minière) - 54 VANDOEUVRE .

321. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES PHYSIQUES SUR EPROUVETTES .

- Mesures de la vitesse de propagation du son dans les minerais (onde longitudinale) .

La fréquence utilisée est 12 000 Hertz avec un quartz piezoélectrique de 3 mm de diamètre, sous une tension de 2 000 volts, la lecture s'effectuant sur un oscilloscope Tektronic .

- Détermination des résistances à la compression .

Les éprouvettes sont des cylindres découpés au carottier diamanté, la rectification du parallélisme est faite à 0,03 mm près .

Les mesures de résistance à la compression (R_c) sont effectuées sur des cylindres de diamètre 40 mm et de longueur 80 mm . Ces cylindres sont placés entre les plateaux d'une presse avec interposition de cartons de 3 mm d'épaisseur entre l'éprouvette et les plateaux de la presse pour compenser éventuellement les imperfections de surface et empêcher un frettage trop énergique des faces du cylindre par les plateaux de la presse (pas de rotation). Les éprouvettes sont soumises à des pressions croissant régulièrement jusqu'à la rupture (vitesse de mise en charge 2 à 15 bars/sec.) * . Les résistances sont exprimées en bars .

- L'essai brésilien

est effectué sur un cylindre de roche (de diamètre 40 mm et de longueur 80 mm) que l'on serre entre les deux plateaux d'une presse suivant deux génératrices diamétralement opposées de ce cylindre (avec interposition de cartons de 3 mm d'épaisseur entre l'éprouvette et les plateaux de la presse pour empêcher un frettage trop énergique) jusqu'à la rupture de l'échantillon. La vitesse de mise en charge est de 2 à 15 bars par seconde. La résistance à la traction brésilien (R_b) est exprimée en bars .

* La vitesse de mise en charge est conditionnée par la machine elle-même .

MINERAL	Résistance à la compression (bars)	Vitesse du son (m/s)	Résistance à la traction brésilien (bars)	Résistance à la rupture dynamique 8-10 mm (bars)	Résistance à la rupture dynamique 10-12,5 mm(bars)	Résistance à la traction Protodiakonov 8-10 mm (bars)
A. LARGENTIERE	1361	3839	100	17,0	21,4	80
B. VIEILLE MONTAGNE	1811	6143	218	28,0	30,0	123
C. ANGEVILLERS	344	3240	38	8,4	8,6	28
E. OLETTE	371	4305	47	16,8	14,3	79
F. DURFORT	1009	5297	130	14,1	15,4	305
G. LES MALINES	943	5522	106	18,0	18,5	220
H. SALSIGNE	1132	4798	153	14,3	15,5	378
L. TERRAMONTE	1197	5176	73	21,6	20,6	223
N. LA PLAGNE	1643	3812	140	25,5	29,3	202
S. LUJAR	785	5043	77	22,6	27,6	152
AA. DJEBEL AOUAM	719	4974	70	19,7	20,6	193
AB. SOLDADO	2208	5375	156	10,9	11,5	339

Résultats des mesures physiques effectuées sur éprouvettes .

322. DETERMINATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE SUR GRAVILLONS

De ces gravillons, quatre fractions granulométriques ont été étudiées :

8-10 mm ; 10-12,5 mm ; 12,5-16 mm ; 16-20 mm .

Ces fractions n'ont pas été prises au hasard. La dimension 20 mm correspond, en général, à la limite supérieure de la granulométrie alimentant un broyeur, et 8 mm est la dimension minimale exigée pour les deux essais ci-après .

Ces gravillons ont été obtenus par concassage des blocs de tout-venant dans un concasseur à mâchoire, puis triage à la main pour éliminer ceux qui se différencient par trop de la forme cubique (aiguilles, par exemple). Par minerai, les essais ont été effectués sur 100 gravillons de chaque fraction granulométrique .

- Essai de rupture dynamique :

Le principe de l'essai est le suivant : une masse d'un poids de 1 kg tombe sur le gravillon. La hauteur de chute de la masse augmente d'un centimètre par choc jusqu'à la rupture du gravillon. La résistance à la compression dynamique du gravillon est caractérisée par la hauteur de chute de la masse qui provoque la rupture du gravillon soit h_r . On admet que le gravillon est rompu lorsqu'il apparaît une fissure passant par un plan médian vertical. D'après FOPPL, la résistance d'un gravillon peut être évaluée par la formule suivante :

$$W_{\text{kg/cm}^2} = \frac{P \times H}{v} \quad \text{où } H = \sum h_r \text{ en cm et } P = \text{poids de la masse en kg .}$$

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-après (pour 100 gravillons) .

Résultats de l'essai de rupture dynamique (résistance à la compression dynamique en bars)				
MINERAI	fraction 8-10 mm	fraction 10-12,5 mm	fraction 12,5-16 mm	fraction 16-20 mm
A. LARGENTIERE	17,0	21,4	21,4	20,4
B. VIEILLE MONTAGNE	28,0	30,0	43,0	38,7
C. ANGEVILLERS	8,4	8,6	7,8	16,2
E. OLETTE	16,8	14,3	11,7	10,4
F. DURFORT	14,1	15,4	17,7	24,6
G. LES MALINES	18,0	18,5	20,9	37,5
H. SALSIGNE	14,3	15,5	17,3	21,7
L. TERRAMONTE	21,6	20,6	26,0	28,0
N. LA PLAGNE	25,5	29,3	29,7	38,1
S. LUJAR	22,6	27,6	28,6	34,0
AA. DJEBEL AOUAM	19,7	20,6	23,3	33,2
AB. SOLDADO	10,9	11,5	11,7	16,9

- Essai PROTODIAKONOV (35) :

Sur les mêmes fractions granulométriques que pour l'essai de rupture dynamique, et pour 100 gravillons de chaque fraction, c'est une mesure de résistance à la traction

$$R_t = \frac{C}{V^{2/3}}$$

où C est la charge de rupture et V le volume du gravillon déterminé à partir de son poids et de la masse volumique apparente moyenne de la roche .

Les résultats figurent sur le tableau ci-après (pour 100 gravillons).

Résultats de l'essai PROTODIAKONOV
(résistance à la traction en bars).

MINERAI	fraction 8-10 mm	fraction 10-12,5 mm	fraction 12,5-16 mm	fraction 16-20 mm
A. LARGENTIERE	80	81	82	81
B. VIEILLE MONTAGNE	123	156	156	191
C. ANGEVILLERS	28	39	43	46
E. OLETTE	79	77	62	75
F. DURFORT	305	296	205	225
G. LES MALINES	220	239	166	134
H. SALSIGNE	378	300	294	230
L. TERRAMONTE	223	201	178	176
N. LA PLAGNE	202	236	179	127
S. LUJAR	152	198	138	121
AA. DJEBEL AOUAM	193	213	146	83
AB. SOLDADO	339	317	267	255

3.3. EXPOSE DE LA METHODE DE REGRESSION EMPLOYEE .

Les relations se présentent sous la forme :

$$F(y) = f(C_1, C_2 \dots)$$

$$B(y, x) = f(C_1, C_2 \dots) .$$

Elles ont été déterminées par l'étude de la régression linéaire qui relie ces paramètres (méthode "RIDGE").

Cette "RIDGE" regression a pour base une régression linéaire, ce qui suppose évidemment la linéarité des relations qui interviennent dans cette regression multiple qui peut s'écrire :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i .$$

Dans cette regression linéaire, la méthode des moindres carrés permet d'obtenir des estimations sans biais de variance minimum .

Soit $\vec{\alpha}$ le vecteur des coefficients vrais inconnus a_i (c'est-à-dire pour l'ensemble dont sont tirés les échantillons) et

soit $\vec{\alpha}'$ le vecteur des coefficients a_i des échantillons étudiés.

La distance entre $\vec{\alpha}$ et $\vec{\alpha}'$ est grande pour les estimateurs déterminés par la méthode des moindres carrés (erreurs d'échantillonnage). Il peut être démontré qu'en ajoutant à la matrice des coefficients de corrélation une matrice K_i et si $\vec{\alpha}''$ est le vecteur correspondant aux nouveaux estimateurs, la distance de $\vec{\alpha}''$ à $\vec{\alpha}$ peut être minimisée au prix d'un certain biais sur $\vec{\alpha}''$. Il sera alors possible de déterminer un optimum pour chacun des termes, pour un vecteur α donné, un biais pas trop grand et une distance pas trop grande .

Quand le coefficient K augmente, le biais augmente et la distance diminue .

Cette méthode revient donc, quand le nombre d'échantillons étudiés est relativement faible (ce qui est le cas ici), à éviter de faire passer l'hypersurface par tous les points, à gagner en stabilité et à dépendre moins de l'échantillonnage .

Les résultats fournis par l'ordinateur sont présentés dans les quatre tableaux ci-après ($K : 0,07$) .

$F(y)$ est la fonction de sélection de la fraction
 $y = 0,400$ à $0,630$ mm

$B(y,x)$ est la fonction de broyage de la fraction
 $y = 0,400$ à $0,630$ mm descendue dans la fraction
 $x = 0,100$ à $0,160$ mm

(Le choix de ces fractions ne suit aucune loi et les résultats sont indépendants des fractions choisies, à condition bien entendu que les mesures aient été correctes).

R_C = résistance à la compression (en bars)

V_S = vitesse de propagation du son (en m/s)

R_{EB} = résistance à la traction "brésilien" (en bars)

R_{DY1} }
 et } = résistances à la compression dynamique (8-10 mm et 10-12,5 mm)
 R_{DY2} } (en bars)

R_{T1} = résistance à la traction Protodiakonov (8-10 mm) (en bars)

	RC	VS	REB	RDY1	RDY2	RT1	FY
RC	1.00	0.40	0.81	0.27	0.33	0.45	0.30
VS	0.40	1.00	0.57	0.36	0.27	0.48	0.40
REB	0.81	0.57	1.00	0.35	0.39	0.48	0.06
RDY1	0.27	0.36	0.35	1.00	0.96	-0.15	0.12
RDY2	0.33	0.27	0.39	0.96	1.00	-0.14	0.07
RT1	0.45	0.48	0.48	0.15	-0.14	1.00	0.49
FY	0.30	0.40	0.06	0.12	0.07	0.49	1.00

TABLEAU 1 : F (y) - MATRICE DE CORRELATION .

VARIABLE	Coefficients de régression	Ecart-type de régression	T - VALEURS	
RC	0.22252E 01	0.19878E 01	0.11194E 01	
VS	0.86414E 00	0.11156E 01	0.77457E 00	
REB	- 0.36621E 02	0.23596E 02	- 0.15520E 01	
RDY1	0.10336E 03	0.32155E 03	0.32143E 00	
RDY2	- 0.16159E 02	0.26537E 03	- 0.60891E 01	
RT1	0.10346E 02	0.83490E 01	0.12392E 01	
Constante : - 0.25457E 04				
Coefficient corrélation multiple : 0.72043				
Erreur standard d'estimation 0.22917E 04				
Source de variation	Degré de liberté	Sommes des carrés	Carrés moyens	F de FISHER
Régression	6	0.28336E 08	0.47226E 07	0.89924E 00
Résidu	5	0.26259E 08	0.52518E 07	
Total	11	0.54595E 08		

TABLEAU 2 : F (y) - RESULTATS DE LA REGRESSION .

	RC	VS	REB	RDY1	RDY2	RT1	BYX
RC	1.00	0.40	0.81	0.27	0.33	0.45	0.00
VS	0.40	1.00	0.54	0.37	0.27	0.48	-0.43
REB	0,81	0,54	1,00	0,34	0,39	0,47	-0,12
RDY1	0,27	0,37	0,34	1,00	0,95	-0,14	-0,09
RDY2	0,33	0,27	0,39	0,95	1,00	-0,14	0,03
RT1	0,45	0,48	0,47	-0,14	-0,14	1,00	-0,48
BYX	0,00	-0,43	-0,12	-0,09	0,03	-0,48	1,00

TABLEAU 3 : B (y,x) - MATRICE DE CORRELATION .

VARIABLE	Coefficients de régression	Ecart-type de régression	T - VALEURS	
RC	0.37765E-03	0.58172E-03	0.64919E 00	
VS	-0.16471E-03	0.32745E-03	-0.50301E 00	
REB	0.25720E-04	0.67702E-02	0.37990E-02	
RDY1	-0.61565E-01	0.95174E-01	-0.64687E 00	
RDY2	0.39117E-01	0.78748E-01	0.49674E 00	
RT1	-0.31483E-02	0.24907E-02	-0.12640E 01	
Constante : 0.17714E 01				
Coefficient corrélation multiple : 0.63633				
Erreur standard d'estimation : 0.68447E 00				
Source de variation	Degré de liberté	Sommes des carrés	Carrés moyens	F de FISHER
Régression	6	0.19127E 01	0.31878E 00	0.68043 E 00
Résidu	6	0.28110E 01	0.46850E 00	
Total	12	0.47237E 01		

TABLEAU 4 : B (y,x) - RESULTATS DE LA REGRESSION .

3.4. EXEMPLE D'APPLICATION .

Soit un minerai connu et exploité composé d'une gangue quartzeuse et de galène, chalcoppyrite, pyrite, marcassite .

A partir de quelques échantillons de ce minerai (les plus représentatifs possible de l'alimentation envisagée pour le broyeur ,

*quelle granulométrie obtiendra-t-on au bout de 5 mn
connaissant la granulométrie de l'alimentation ?*

Les mesures décrites au chapitre 3.2 donnent pour ce minerai les résultats suivants :

R_C = résistance à la compression = 1197 bars

V_S = vitesse de propagation du son = 5176 m/s

R_{EB} = résistance à la traction "brésilien" = 73 bars

R_{DY1} = résistance à la rupture dynamique = 21,6 bars
(gravillons de 8-10 mm)

R_{DY2} = résistance à la rupture dynamique = 20,6 bars
(gravillons de 10-12,5 mm)

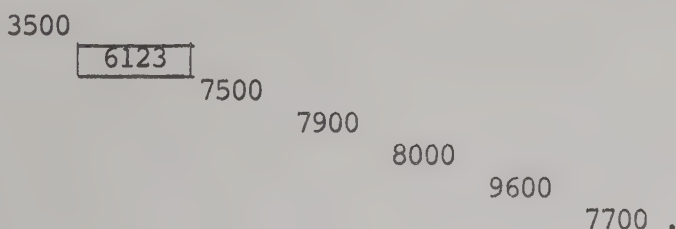
R_{T1} = résistance à la traction "Protodiakonov" = 223 bars
(dimension des gravillons 8-10 mm) .

L'application des équations obtenues par les régressions déterminées au chapitre 3.3 permet de calculer :

$$F(y) = 2,225 \times 1197 + 0,864 \times 5176 - 36,621 \times 73 + 103,360 \times 21,6 - 16,159 \times 20,6 + 10,346 \times 223 - 2546 = 6123$$

$$B(y,x) = 0,378 \times 10^{-3} \times 1197 - 0,165 \times 10^{-3} \times 5176 + 0,257 \times 10^{-4} \times 73 - 0,616 \times 10^{-1} \times 21,6 + 0,391 \times 10^{-1} \times 20,6 - 0,315 \times 10^{-2} \times 223 + 1,771 = 0,142$$

A partir de ces deux fonctions, $F(y)$ et $B(y,x)$, la matrice unité "sélection" est obtenue au moyen de l'abaque 3 (paragraphe 2522 et figure 18 bis) :



La matrice unité "broyage" est obtenue de la façon suivante (paragraphe 2522 et figure 18 bis) :

a) descendance de la fraction 0,400 à 0,630 mm au moyen de l'abaque 1 soit :

0
0,490
0,225
0,142
0,095
0,067
0,048 .

b) pour chaque y , fonctions de broyage correspondant aux différents x au moyen de l'abaque 2 soit :

0
0,850 0
0,385 0,490 0
0,240 0,225 0,430 0
0,158 0,142 0,200 0,370 0
0,112 0,095 0,122 0,170 0,250 0
0,082 0,067 0,082 0,106 0,113 0,152 0
0,040 0,048 0,058 0,070 0,071 0,070 0,120 .

La granulométrie à $t = 5$ mn sera alors obtenue en développant le calcul matriciel décrit au paragraphe 245.

Les résultats sont les suivants :

dimensions :	% passés cumulés :
0,630 à 1 mm	100
0,400 à 0,630 mm	100
0,250 à 0,400 mm	99,83
0,160 à 0,250 mm	79,96
0,100 à 0,160 mm	62,93
0,063 à 0,100 mm	50,24
0,040 à 0,063 mm	41,09
< 0,040 mm	34,27 .

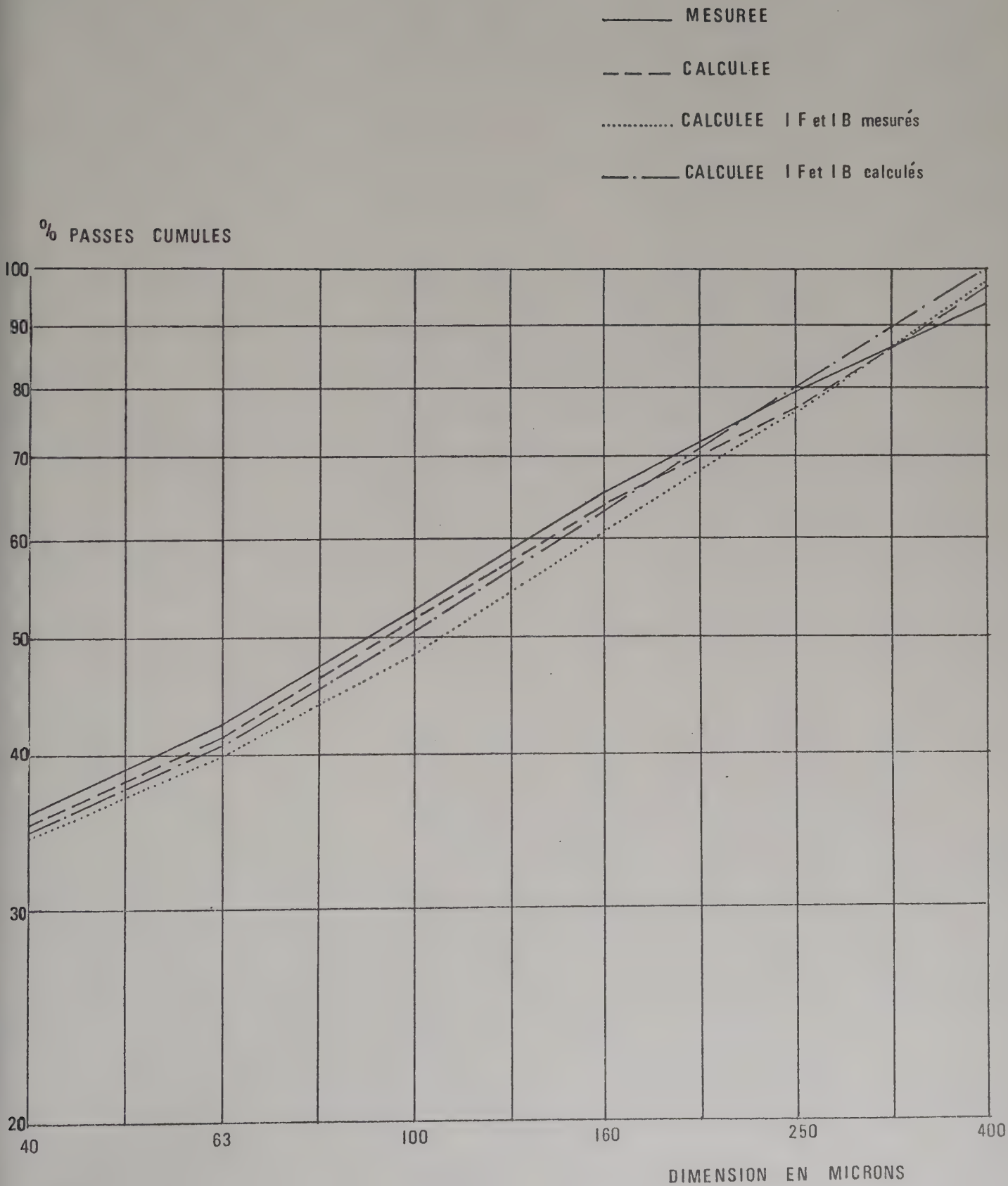
Sur la figure 22 sont portées :

- la courbe mesurée à $t = 5$ mn pour vérification ,
- la courbe déterminée à partir des mesures de descendance complète de chaque fraction granulométrique ,
- la courbe provenant des calculs effectués à partir de deux fonctions (sélection et broyage) et au moyen des abaques ,
- enfin, la courbe figurant les résultats ci-dessus .

Ce graphique a été effectué en coordonnées très dilatées de manière à montrer comment les courbes s'imbriquent les unes dans les autres. En coordonnées normales, les courbes sont pratiquement confondues .

FIGURE 22

EXEMPLE D'APPLICATION : COURBES OBTENUES



CHAPITRE QUATRIEME .

CONCLUSION .

Le fait que l'environnement d'une fraction conditionne sa descendance granulométrique permet de pouvoir suivre cette descendance pour ce qui concerne les minerais. Cette hypothèse de départ a été vérifiée expérimentalement; elle est d'une importance capitale pour l'utilisation pratique d'un modèle caractérisant la transformation granulométrique *entrée-sortie* du broyeur .

L'hypothèse de base concernant la création du modèle est une proposition empirique qui a été prouvée par l'observation et l'expérience mais aucune démonstration théorique n'a encore pu être énoncée .

Cette proposition s'exprime ainsi :

$$d E = -C d x / x^n$$

où : $d E$ = variation d'énergie
 C = constante
 $d x$ = variation de dimension
 x = dimension de l'objet
 n = constante .

Un développement mathématique très simple conduit au modèle suivant :

$$[M(x_i, t)] = \left[[B(y_j, x_i)] \times t^\gamma \right] + \left[[F(y_j)] \times t^{-\gamma} \right] \times [M(x_i, 0)]$$

où : $[M(x_i, t)]$ = distribution granulométrique du produit
 = (matrice colonne)

$[M(x_i, 0)]$ = distribution granulométrique de l'alimentation
 = (matrice colonne)

$[B(y_j, x_i)]$ = matrice des fonctions de broyage
 = (matrice triangle)

$[F(y_j)]$ = matrice des fonctions de sélection
 = (matrice diagonale)

t = durée de broyage

γ = exposant caractérisant le minerai .

La vérification de ce modèle a été effectuée à l'aide de tests de broyage fin (0 à 1 mm) sur une quinzaine de minerais. Expérimentalement donc ce modèle est tout à fait satisfaisant .

Il permet de prévoir :

- soit le temps qu'il faut broyer une alimentation donnée pour obtenir un produit donné (industriellement, il s'agira du temps de séjour ; c'est alors la prévision du débit pour un broyeur de dimensions données ou du dimensionnement d'un broyeur pour un débit donné) ;
- soit le produit qui sera obtenu au bout d'un temps déterminé et à partir d'une alimentation définie ;
- soit enfin l'alimentation qu'il faudrait prévoir en vue de l'obtention d'un produit spécifique (ce qui peut correspondre en laverie au positionnement d'un classificateur).

Ce modèle exprimé sous forme matricielle est d'une utilisation très simple (une machine de bureau suffit pour effectuer les calculs).

La détermination de toutes les fonctions $F(y)$ (fonction caractérisant les grains qui ont été choisis pour rester intacts) et $B(y,x)$ (fonction caractérisant la descendance des grains de dimension y dans les fractions x) peut se simplifier à la connaissance d'une fonction $F(y)$ et d'une fonction $B(y,x)$. Un système d'abaques permet, en effet, de définir toutes les autres fonctions à partir d'un $F(y)$ et d'un $B(y,x)$.

Ces deux fonctions $F(y)$ et $B(y,x)$ peuvent alors être déterminées à partir de trois essais de broyage.

Une autre détermination des deux fonctions $F(y)$ et $B(y,x)$ consiste à effectuer sur le minerai envisagé un certain nombre de caractéristiques physiques soient :

- . la résistance à la compression simple ,
- . la vitesse de propagation du son ,
- . la résistance à la compression dynamique des gravillons ,
- . la résistance à la traction Protodiakonov des gravillons .

Deux régressions multiples (déterminées par la méthode RIDGE) permettent donc de calculer $F(y)$ et $B(y,x)$ à partir d'équations du premier degré.

Ce modèle de broyage fin a été vérifié avec succès en broyage fin industriel (grains de 0 à 1 mm) pour le minerai de LARGENTIERE. Une campagne d'essai est en cours d'exécution pour des alimentations de 0 à 20 mm dans un broyeur d'essai quasi-industriel. Ces essais permettront d'étendre les abaques aux grains plus grossiers et d'atteindre ainsi le problème du broyage primaire.

BIBLIOGRAPHIE .

- (1) d'ANDREA D.V. (1965)
" Production of compression strength from other rocks properties".
 Bureau of Mines, Report of Investigations
 (6702), p.1-23 .
- (2) ARBITER N. , BHRANY U. (1960)
" Correlation of product size, capacity, and power in tumbling mills. "
 Trans. Amer. Inst. Ming - Metall. petrol.
 Engrs, n° 217, p.245-252, 9 fig.
- (3) ARBITER N. , HARRIS C.C. (1963)
" Relationships between particle size distributions and time in comminution. "
 Henry Krumb School of Mines Columbia
 University New-York, p.1-29, 3 fig.
- (4) AUSTIN L.G. , KLIMPEL R.R. (1964)
" The Theory of Grinding . "
 Industrial engng. Chemistry, USA, 56 ,
 n° 11, p. 18-29, 9 fig .
- (5) BASS L. (1953)
 Zur theorie der Mahlvorgänge.
 Eingegansen, 25, p.283-292 .
- (6) BLAZY P. (1970)
" La valorisation des minerais . "
 Presses universitaires de France ,
 p. 1-415, 230 fig.
- (7) BOND F.C. (1952)
" The third theory of Comminution . "
 Trans. amer. Inst. Ming. metall. Engrs,
 193, p. 484-494, 1 fig.
- (8) von BRACHEL H. (1971)
" Les ultra-sons - un moyen pour déterminer le progrès du broyage de matériaux fragiles . "
 Aufbereitungs - Technik , n° 2
 p. 91-95, 6 fig.
- (9) BROADBENT S.R. , CALLCOTT T.G. (1955)
" A matrix analysis of processes involving particle assemblies . "
 Trans. A.I.M.E., 249, p. 99-123 ,
 5 fig., 13 tableaux .

- (10) CAHN D.S., FUERSTENAU D.W. (1967)
" Fracture of nonmetallic solids by laser irradiation . "
 Trans. A.I.M.E., 238, p. 90-93, 3 fig .
- (11) CALLCOTT T.G. , LYNCH A.J. (1963)
" An analysis of breakage processes within rod mills . "
 Proc. Austral. Inst. Min. and Met ,
 209, p. 109-131, 4 fig .
- (12) CHARLES R.J. (1957)
" Energy - Size reduction relationship in Comminution . "
 Mining engineering Trans. A.I.M.E.
 p. 80-88, 11 fig .
- (13) DAHLHOFF B. (1967)
*" Rapport entre la vitesse de comminution et la vitesse
 du son dans les matières cassantes . "*
 Chemie - Ing. - Techn., 39 , n° 19
 p. 1112-1116, 5 fig.
- (14) EPSTEIN B. (1947)
*" The mathematical description of certain breakage
 mechanisms leading to the logarithmico normal
 distribution . "*
 J. Frank, Inst , 244 , p. 471-477 .
- (15) EVANS I. (1958)
*" A contribution to the theory of the size distribution
 of broken coal . "*
 Proc. conf. Science in the use of wal .
 Paper 14, Institute of fuel, London .
- (16) FREEH E.J. , HORST W.E. , KELLNER R.C. (1967)
*" A mathematical model for batch grinding in a ball
 mill. "*
 Trans. A.I.M.E., 238, p. 167-172, 4 fig.
- (17) FUERSTENAU D.W. , SOMASUNDARAN P. (1963)
" Cinétique de la fragmentation . "
 S.I.M. 6ème congrès international de la
 préparation des minerais, 10 p. 14 fig.
- (18) GARDNER R.P. , AUSTIN L.G. (1962)
" A chemical engineering treatment of batch grinding . "
 In symposium Zerkleinern, p. 217-248, 10 fig.

- (19) GAUDIN A.M. , MELOY T.P. (1962)
" Model and a comminution distribution equation for single fracture . "
 A.I.M.E. Transactions 223, p. 40-54, 2 fig.
- (20) HAESE U. (1967)
" Relation entre l'énergie du réseau et les propriétés de fragmentation des matières cristallines . "
 Tonind. - Ztg. n 91 n° 9 , p. 374-377 ,
 4 fig. , 2 tabl.
- (21) HARRIS C.C. (1963)
" A study of comminution. A modified logistic growth function as a model of fine grinding . "
 Cement lime and gravel, G.B., 38 p.162-167,
 3 fig.
- (22) HARRIS C.C. (1967)
" On the limit of comminution . "
 Trans. A.I.M.E., 238, p. 17-30, 4 fig .
- (23) HERBST J.A. , MIKA T.S. (1970)
" Mathematical simulation of tumbling mill grinding : An improved method."
 IXème congrès international de la préparation des minerais - Prague , p. 70-75, 8 fig .
- (24) HERBST J.A. , FUERSTENAU D.W. (1968)
" The zero order production of fine sizes in comminution and its implications in simulation . "
 Transactions, 241, p. 538-548, 11 fig. 3 tabl.
- (25) HOLMES J.A. (1957)
" A contribution to the study of comminution - A modified form of Kick's law. "
 Trans. Inst. of chem. Engrs, 35, p.125-156,
 13 fig.
- (26) HUYET G. (1969)
" Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme d'études supérieures de sciences à Nancy, 123 p. 38 fig. "
- (27) HUYET G. (1973)
" Mise au point de l'étude fragmentation " .
 Rapport interne BRGM n° 73 SGN 084 MIN

- (28) HUYET G. et LAURENCEAU H. (1971)
" Essais de détermination de relations entre les paramètres physiques intervenant dans la fragmentation de minerais réels . "
 Rapport interne BRGM n° 71 SGN 384 MRL .
- (29) KICK F. (1885)
" Das gesetzs der proportionalen widerstande und seine anwendungen . "
 Editions A. Félix, Leipzig .
- (30) KELSALL D.F. , REID K.J. (1965)
" The derivation of mathematical model for breakage in a small continuous wet ball mill. "
 A.I.ch.E - I chem. E. Sympos. ser.4
 p. 14-20, 9 fig .
- (31) KELSALL D.F. , STEWART P.S.B. , REID K.J. (1968)
" Confirmation of a dynamic model of closed - circuit grinding with a wet ball - mill. "
 Inst. Min. Met. Trans. p.120-127, 10 fig.
- (32) MELOY T.P., BERGSTROM B.H. (1934)
" Matrix simulation of ball mill circuits considering impact and attrition grinding. "
 In 7th Int. Mineral processing Congr ;
 New-York, 1, p. 19-31 .
- (33) MOGILEVBRAJA S.E. , KASSIR G.A. , IVANOV V.N., NAKHROV S.T. (1968)
" Influence de la composition minéralogique et des particularités de texture et de structure des roches et des minerais sur leur abrasivité et sur le caractère de leur désagrégation par différents procédés . "
 Fiziko - mekhanicheskie svojstva gornyx porod verkhnej chasti zemnog Kory, Moscou, Izdat. Nauka, p. 293-297, 2 tabl.
- (34) OCEPEK D. (1939)
" Méthodes pour déterminer la résistance au broyage . "
 Aufbereitungs Technik, n° 6, p. 290-293 ,
 1 fig.
- (35) PROTODYAKONOV M.M. (1960)
" New methods of determining mechanical properties of rocks . "
 International conference on strator control,
 Paris, paper C.2 .

- (36) REID K.J. (1965)
" A solution to the batch grinding equation . "
 Chem. Engineering science, vol. 20 ,
 p. 953-963, 3 fig .
- (37) RITTINGER P.R. (1967)
" Lehrbuch der Aufbereitungskunde . "
 Chap. 1. Das serhleinern - 1 vol. 20x16,
 595 p. Von Ernst und korn verlag - Berlin
 p. 19-22 .
- (38) SCHUHMANN R. (1960)
" Energy input and size distribution in comminution. "
 Trans. A.I.M.E., USA, 217, p. 22-25 .
- (39) TAGGART A.F. (1944)
" Handbook of mineral dressing . "
 Editions John Wiley et Sons, Inc.
- (40) TALOBRE J.A. (1967)
" La mécanique des roches . "
 Editions Dunod, 442 p.
- (41) TANAKA T. (1966)
" Comminution laws. "
 Industrial engng Chemistry, Process design
 developt, USA, 5, n° 4, p. 353-358, 10 fig.
 1 tabl.
- (42) TANAKA T. , SUZUKI A. (1968)
*" Crushing efficiency in relation to some operational
 variables and material constants. "*
 Industrial engineering chemistry, Process
 design developt, USA, 7, n° 2, p. 161-166, 7 fig.
- (43) TESTUT R.J. (1958)
" La préparation des minerais . "
 Revue de l'industrie minérale, document
 SIM L1, 1ère partie, 211 p.

f

ANNEXE :

EXEMPLE D'UTILISATION DU MODELE .

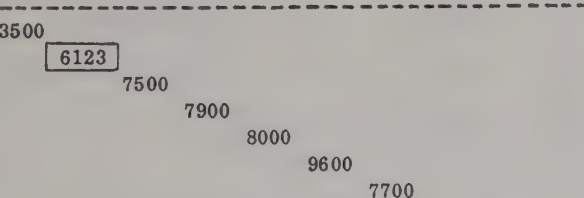
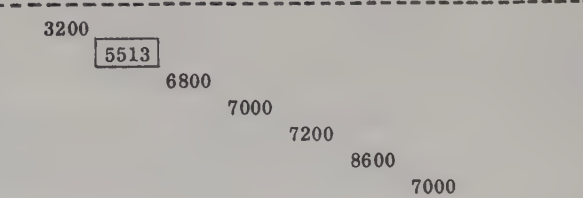
A N N E X E

EXEMPLE d'UTILISATION du MODELE .

A partir d'un échantillon de minéral connu, de la connaissance de la granulométrie de l'alimentation, quelle sera la distribution granulométrique du produit au bout d'un temps de séjour de 5 mn ?

Pour fixer les idées : la composition minéralogique de ce minéral est grossièrement : gangue quartzeuse avec galène, chalcoppyrite, pyrite et marcassite.

Le problème peut donc être traité de deux façons : - soit à partir de mesures de caractéristiques physiques ,
- soit à partir de trois essais de broyage .

A partir de mesures physiques : (1)	A partir d'essais de broyage : (2)
Les caractéristiques physiques du minéral sont : R_c (compression) = 1 197 bars V_s (vitesse du son) = 5 176 m/s R_{EB} (essai brésilien) = 73 bars R_{DY1} (rupture dynamique) = 21,6 bars R_{DY2} (rupture dynamique) = 20,6 bars R_{T1} (PROTODIAKONOV) = 223 bars L'application des équations obtenues par les régressions déterminées au chapitre 4.2 permet de calculer : $F(y) = 2,225 \times 1197 + 0,86 \times 5176 - 36,621 \times 73 + 103,360 \times 21,6 - 16,159 \times 20,6 + 10,346 \times 223 - 2546 = 6123$. $B(y,x) = 0,378 \times 10^{-3} \times 1197 - 0,165 \times 10^{-3} \times 5176 + 0,257 \times 10^{-4} \times 73 - 0,616 \times 10^{-1} \times 21,6 + 0,391 \times 10^{-1} \times 20,6 - 0,315 \times 10^{-2} \times 223 + 1,771 = 0,142$. La fraction y est 0,400 à 0,630 mm et la fraction x 0,100 à 0,160	La fonction <u>sélection</u> et la fonction <u>broyage</u> sont obtenues par : - un broyage effectué en remplaçant la fraction y 0,400 à 0,630 par de la magnétite pendant une durée de 2 mn ; - une analyse granulométrique de cette fraction pour obtenir la fonction <u>sélection</u> : 61,22 et la fonction <u>broyage</u> pour un x de 0,100 à 0,160 : 12,21. Les fonctions "unitaire" sont : $F(y) = 5513$ } obtenues en multipliant respectivement les $B(y,x) = 0,135$ } fonctions par t^y et t^{-y}
Les matrices "unitaire" sélection sont obtenues en portant respectivement les valeurs 6123 (1) et 5513 (2) à l'abscisse 0,630 micron sur l'abaque n° 3 (voir figure) puis de lire sur la courbe les valeurs correspondant aux autres fractions soient (la valeur encadrée est la valeur connue)	
	
Pour obtenir la matrice "unitaire" broyage, il suffit :	
a) de porter la valeur 0,142 (1) ou 0,135 (2) sur l'abaque n° 1 (voir figure), la lecture des valeurs correspondant aux autres x donnent la descendance de cette fraction soient :	
0,490 0,225 <u>0,142</u> 0,095 0,067 0,048	0,445 0,225 0,135 0,088 0,060 0,045
b) de porter ces valeurs sur un graphique log-log à l'abscisse 0,630 micron et d'y faire passer les courbes de l'abaque n° 2 (voir figure) pour obtenir, pour chaque y (abscisse), les fonctions de broyage correspondant aux différents x .	
La matrice unitaire broyage est alors	
0,850 0 0 0,385 0,490 0 0,240 0,225 0,430 0 0,158 0,142 0,200 0,370 0 0,112 0,095 0,122 0,170 0,250 0 0,082 0,067 0,082 0,106 0,113 0,152 0 0,040 0,048 0,058 0,070 0,071 0,070 0,120 0	0,760 0 0 0,380 0,445 0 0,230 0,225 0,390 0 0,150 0,135 0,195 0,340 0 0,100 0,088 0,117 0,167 0,222 0 0,076 0,060 0,076 0,100 0,112 0,138 0 0,040 0,045 0,052 0,065 0,067 0,069 0,109 0

La pente de la courbe granulométrique de l'alimentation est $\alpha = 0,33$ ce qui donne $\gamma = 0,95$ (voir chapitre 222). Le modèle peut alors s'écrire :

$$\begin{bmatrix} M(1,000,t) \\ \vdots \\ M(0,040,t) \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\underbrace{\text{Matrice "unitaire" Broyage}_{\text{ci-dessus}}}_{2} \times t^{0,95} \right] + \left[\underbrace{\text{Matrice "unitaire" Sélection}_{\text{ci-dessus}}}_{1} \times t^{-0,95} \right]}_{3} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0,2078 \\ 0,1751 \\ 0,1338 \\ 0,0847 \\ 0,0707 \\ 0,0478 \\ 0,0334 \\ 0,2467 \end{bmatrix}}_{\text{Matrice alimentation}} \quad 4$$

La granulométrie à $t = 5$ mn sera alors obtenue en développant simplement le calcul matriciel dans l'ordre 1 - 2 - 3 - 4 indiqué ci-dessus (avec discrétisation au niveau 4 puis cumul)

Les résultats sont :

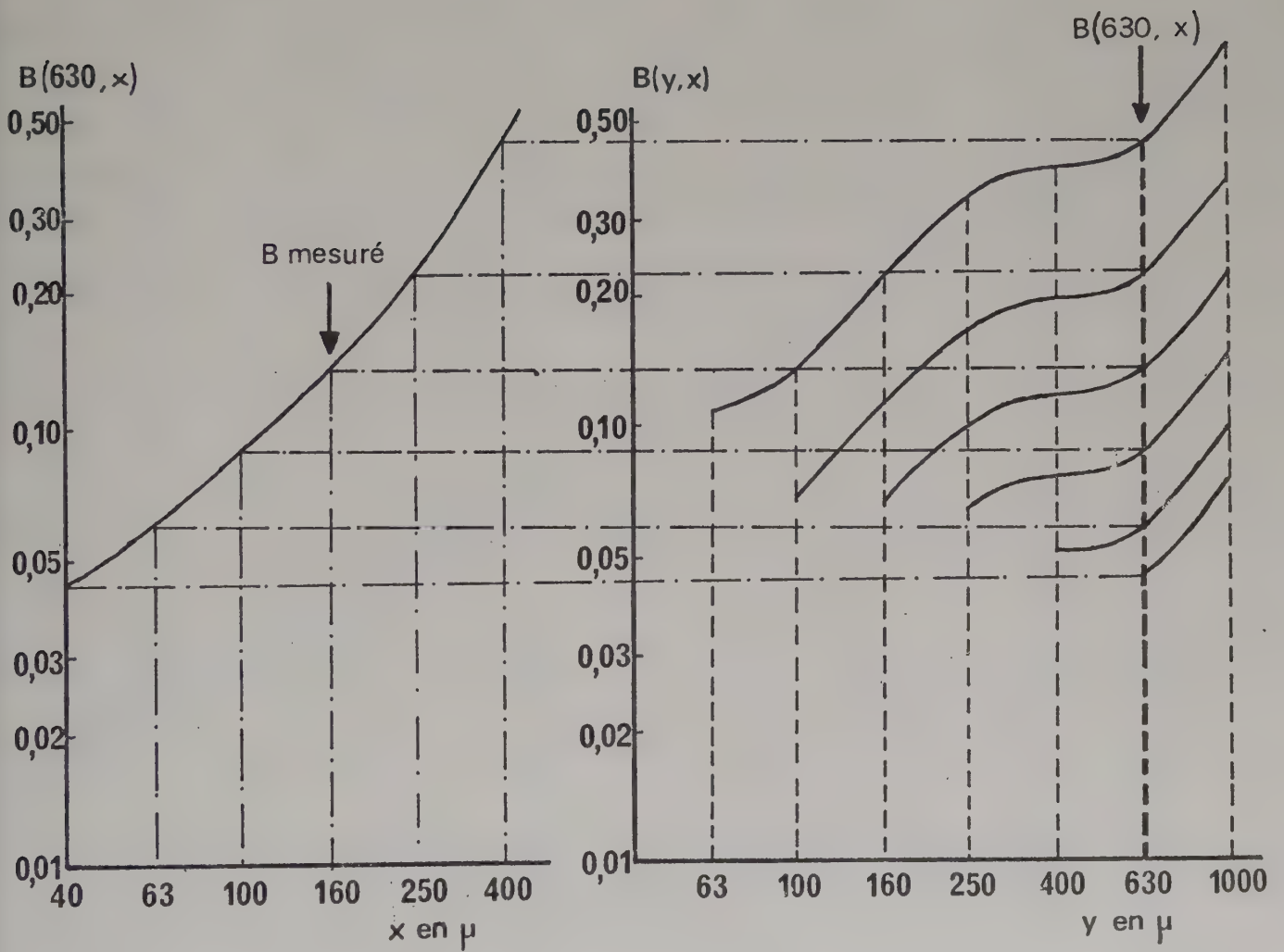
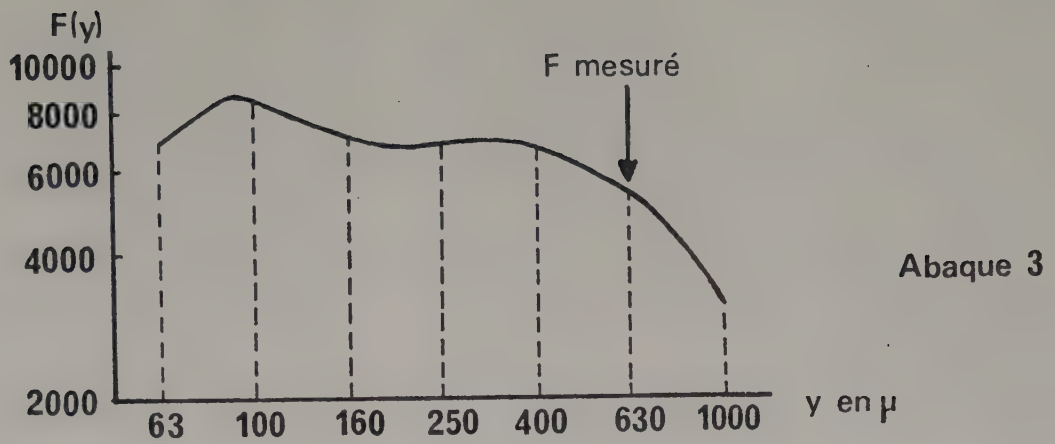
Granulométrie du produit pour un temps de séjour de 5 minutes :

Obtenue à partir de mesures physiques :		Obtenue à partir d'essais de broyage :	
dimensions :	% passés cumulés :	dimensions :	% passés cumulés :
0,630 à 1 mm	100	0,630 à 1 mm	100
0,400 à 0,630 mm	100	0,400 à 0,630 mm	100
0,250 à 0,400 mm	99,83	0,250 à 0,400 mm	96,30
0,160 à 0,250 mm	79,96	0,160 à 0,250 mm	76,56
0,100 à 0,160 mm	62,93	0,100 à 0,160 mm	60,59
0,063 à 0,100 mm	50,24	0,063 à 0,100 mm	48,38
0,040 à 0,063 mm	41,09	0,040 à 0,063 mm	39,96
< 0,040 mm	34,27	< 0,040 mm	33,78

La figure ci-après donne les courbes obtenues par les différents processus de détermination des fonctions $F(y)$ et $B(y,x)$. L'échelle des ordonnées a été volontairement dilatée (au-delà de la précision des tamisages). Les courbes sont pratiquement identiques .

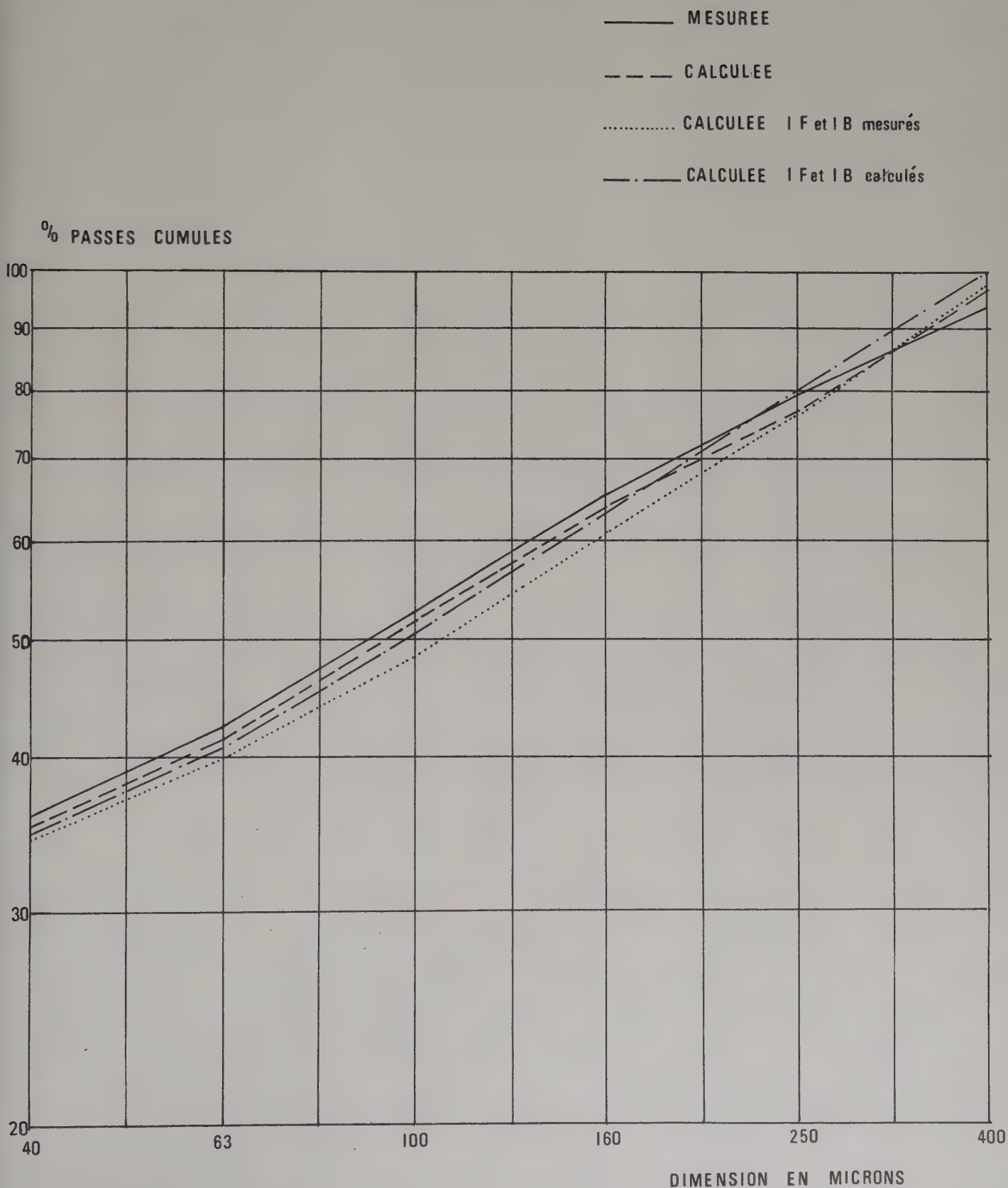
Selon les minerais et surtout la nature des échantillons disponibles, il est donc possible de connaître les deux fonctions $F(y)$ et $B(y,x)$, les paramètres du modèle , et par suite les caractéristiques de l'opération de broyage à envisager.

EXEMPLE D'APPLICATION : UTILISATION DES ABAQUES



ANNEXE

EXEMPLE D'APPLICATION : COURBES OBTENUES



NOM DE L'ETUDIANT : Guillemette HUYET

Nature de la thèse : Thèse d'Université

Vu, Approuvé
et Permis d'Imprimer

Nancy, le

Le Président,

J.R. HELLUY

